

Исследование вида распределения экспериментального значения нажатия токоприемника на контактный провод

П. Г. ТЮРНИН, Н. В. МИРОНОС, М. Н. ЕМЕЛЬЯНОВА

Акционерное общество «Научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта» (АО «ВНИИЖТ»), Москва, 129626, Россия

Аннотация. Токосъем, осуществляемый при движении электроподвижного состава,—сложный процесс. Качество динамического взаимодействия оценивается по среднему контактному нажатию токоприемника и его среднеквадратическому отклонению. На основе экспериментальных данных произведена оценка закона распределения контактного нажатия токоприемника. В результате исследования вида распределения экспериментального значения контактного нажатия токоприемника на контактный провод подвески как случайной величины получено, что имеются отклонения от нормального закона. Интегральная вероятность для диапазона $\pm 2\sigma$ и $\pm 3\sigma$ нормального закона распределения и интегральная вероятность контактного нажатия в соответствующих диапазонах отличаются менее чем на 1 %. Это делает допустимым на практике для оценки качества токосъема использовать среднее контактное нажатие токоприемника и его среднеквадратическое отклонение.

Ключевые слова: контактная сеть; качество токосъема; среднеквадратическое отклонение контактного нажатия; теория вероятности; статистические методы

Введение. Токосъем, осуществляемый при движении электроподвижного состава — сложный процесс. Передача тока через скользящий контакт требует применения токосъемных материалов, способных проводить электрический ток с высокой плотностью в контакте и при этом обеспечивать значительный срок службы без повреждения взаимодействующих токосъемных элементов.

В то же время динамические процессы, возникающие при скольжении вставок токоприемника по контактному проводу, не должны вызывать механических повреждений этих элементов, обеспечивая при этом стабильное контактное нажатие в соответствии с действующими нормативами.

Увеличение токовых нагрузок и скорости движения значительно усложняет решение задачи, связанной с выполнением требований по передаче тока через скользящий контакт. Значительную роль в удовлетворении требований по токосъему играют токосъемные материалы, взаимодействующие с контактным проводом, и конструкции токоприемника и контактной подвески, обеспечивающие их динамическое взаимодействие.

Оценка параметров токосъема. Для изучения динамических параметров взаимодействия обычно проводят математическое моделирование и испытания. Качество динамического взаимодействия оценивается по среднему контактному нажатию токоприемника P_{cp} и его среднеквадратическому отклонению σ . Чем меньше величина σ , тем лучше качество токосъема. В табл. 1 даны нормируемые значения для определения удовлетворительной оценки качества токосъема в соответствии с требованиями, приведенными в [1].

Для измерения контактного нажатия используют специальное оборудование, устанавливаемое на токоприемник и обеспечивающее измерение силы в контакте токоприемник — контактный провод с необходимой частотой [2]. Полученные экспериментальным путем значения контактного нажатия представляют собой *случайные величины*. Для оценки качества токосъема необходимо анализировать контактное нажатие как минимум на целом анкерном участке (это делается обычно для оценки взаимодействия при определенной конструкции контактной подвески) или как максимум — на целом участке железнодорожной линии между городами, где требуется обеспечить определенную скорость движения.

В результате этих измерений мы получим численные значения, на которые влияют множество различных факторов:

- параметры конструкций контактной подвески и токоприемника;
- вертикальные, поперечные и продольные колебания подвижного состава относительно направления движения;
- регулировка контактной подвески в эксплуатации;
- колебания элементов контактной подвески, в том числе связанные с ветровыми нагрузками;
- изменение атмосферных явлений (силы и направления ветра и др.);
- погрешности измерительного оборудования для замера контактного нажатия и др.

Часть факторов, влияющих на взаимодействие, носит случайный несистемный характер, и учесть все сочетания этих факторов при моделировании — очень

■ E-mail: emelyanova.marina@vniizht.ru (М. Н. Емельянова)

Таблица 1

Параметры качества токосъема

Table 1

Quality parameters of current collection

Диапазон скорости движения v , км/ч	Система тягового электроснабжения	P_{cp} , Н	σ_{max} при наибольшей скорости v , Н
$v \leq 200$	Переменный ток	$60 < P_{cp} < 0,00047v^2 + 90$	$0,3P_{cp}$
$v \geq 200$	То же	$P_{cp} \leq 970 \cdot 10^{-6} v^2 + 70$	
$v \leq 200$	Постоянный ток напряжением 3 кВ	$70 < P_{cp} < 0,00097v^2 + 110$	
$v \leq 200$	Постоянный ток напряжением 1,5 кВ	$70 < P_{cp} < 0,000228v^2 + 140$	
$v < 250$	Постоянный ток	$P_{cp} \leq 97 \cdot 10^{-5} v^2 + 110$	

трудоемкая и сложная задача. Поэтому самым эффективным в настоящее время способом изучения контактного нажатия является эксперимент. Опытные результаты подвергаются статистической обработке и анализу. В связи с этим вопрос, соответствуют ли

полученные экспериментальные значения контактного нажатия нормальному закону распределения, является актуальным.

Исследование вида распределения контактного нажатия. Пользуясь определениями *теории вероятности* [3], можно считать, что значение величины контактного нажатия токоприемника — это *случайная величина*. Значения этой случайной величины в нашем случае нельзя заранее определить. *Закон распределения* случайной величины — «соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями» [3]. Далее на основе анализа значений случайной величины мы можем определить характер закона распределения.

Задача данной работы — на основе экспериментальных данных обосновать подчинение контактного нажатия токоприемника на контактный провод нормальному закону распределения, что дает основание для дальнейшего анализа с использованием параметра «среднеквадратическое отклонение».

В *центральной теореме Ляпунова* установлено, что действие каждой из причин ошибок, которые в нашем случае влияют на контактное нажатие, по сравнению с их суммарным действием играет относительно малую роль [4], и поэтому закон распределения суммы этих ошибок может незначительно отличаться от *нормального закона распределения*, или *закона Гаусса*, при соблюдении некоторых условий. Если это условие не выполняется и одна из случайных ошибок повлияет на суммарное значение величины и будет резко преобладать над всеми другими, то закон этой преобладающей ошибки окажет влияние на результат и определит в основных чертах закон распределения [3].

Для установления закона распределения контактного нажатия выполним следующие действия:

1. Определим основные числовые характеристики случайной величины;
2. Предварительно проверим экспериментальное распределение на нормальность;
3. Построим гистограмму накопленных частот;
4. Построим теоретический и экспериментальный графики плотности распределения случайной величины;
5. Проверим правдоподобие гипотезы о согласованности теоретической и экспериментальной плотности распределения.

Для исследования распределения контактного нажатия проанализируем результаты измерения контактного нажатия, полученные при испытаниях на экспериментальном анкерном участке контактной сети постоянного тока напряжением 3 кВ при скорости движения электровоза 200 км/ч [5]. При этих испытаниях по определению параметров взаимодействия токоприемника с контактными подвесками с

Таблица 2

Основные параметры исследуемой системы токосъема

Table 2

Main parameters of studied current collecting system

Параметр, единица измерения	Характеристика и значение параметров
Сечение контактного провода, мм ²	120
Количество контактных проводов	2
Натяжение контактного провода, Н	20 000
Удельная масса контактного провода (бронза) μ_1 , кг/м	1,068
Сечение несущего троса, мм ²	120
Натяжение несущего троса, Н	20 250
Удельная масса несущего троса (бронза) μ_2 , кг/м	1,068
Сечение рессорного троса, мм ²	35
Натяжение рессорного троса, Н	3000
Зигзаг контактного провода, м	0,3
Стрела провеса контактного провода, м	0,035
Расстояние от опоры до первой струны a , м	15
Длина пролета l , м	65,01
Количество пролетов	19
Жесткость под опорой j_0 , Н/м	3950,16
Жесткость в середине пролета j_c , Н/м	3830,19
Скорость движения электроподвижного состава v , км/ч	200

различными техническими характеристиками использовался электровоз ЧС200-009. На электровозе был установлен токоприемник типа SBS 300 с поломом, оборудованным измерительными тензометрическими датчиками для регистрации контактного нажатия. Основные параметры исследуемой системы токосъема приведены в табл. 2.

На рис. 1 показан фрагмент распределения полученных значений контактного нажатия в пролете экспериментального анкерного участка. Предварительная проверка того, что распределение контактного нажатия подчиняется нормальному закону, была проведена с учетом основных статистических параметров при помощи пакета анализа «Описательная статистика» в программе Microsoft Excel 2010 (с). Вычисления произведены исходя из условия, что измеренные значения контактного нажатия являются генеральной совокупностью. В табл. 3 приведены результаты расчетов.

Оценка коэффициента вариации V_s , отражающего относительную меру рассеивания значения генеральной совокупности [6], показывает, что коэффициент составляет 36%, т. е. находится в пределах от 30 до 70%, следовательно, однородность наблюдения умеренная.

Из предварительных данных видно, что в генеральной совокупности присутствует незначительная асимметрия:

- среднее контактное нажатие P_{cp} расположено близко к медиане Me (центру тяжести полученных данных);
- коэффициент асимметрии распределения $As > 0$ — это показатель положительной (правосторонней) асимметрии: доля наблюдений располагается левее от математического ожидания.

Далее рассчитаем коэффициенты асимметрии As и эксцесса Ex и сравним их с критическими значениями, чтобы проверить нормальность нашего экспериментального распределения. Эти коэффициенты связаны с формой плотности распределения. Согласно методам статистической обработки информации, указанным в [7], применим критерии согласия, при которых выборочные As и Ex удовлетворяют условиям и можно считать наблюдаемое распределение нормальным:

$$|As| \leq 3m_{As}, \quad (1)$$

$$|Ex| \leq 5m_{Ex}, \quad (2)$$

где m_{As} — среднеквадратическая ошибка коэффициента асимметрии As

$$m_{As} = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}}; \quad (3)$$

m_{Ex} — среднеквадратическая ошибка коэффициента эксцесса Ex

$$m_{Ex} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}. \quad (4)$$

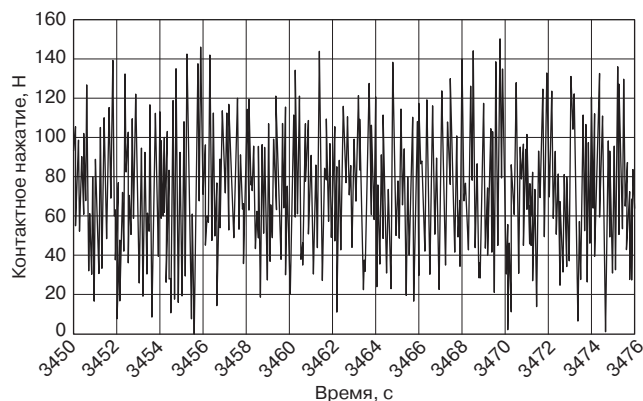


Рис. 1. Изменение контактного нажатия в пролете экспериментального анкерного участка

Fig. 1. Measurement of contact pressing in the test tension length section

В результате получим следующие неравенства:

$$|As| = 0,846411 > 3m_{As} = 0,132647,$$

$$|Ex| = 2,243801 > 5m_{Ex} = 0,414367.$$

Следовательно, предварительные значения коэффициентов асимметрии и эксцесса, которые превышают по величине свою ошибку, показывают, что экспериментальное распределение контактного нажатия отличается от нормального.

Для определения характера плотности распределения экспериментальных данных построим гистограмму. Определим длину групп (интервалов) h , Н, по формуле Скотта, учитывающую стандартное отклонение выборки согласно [8]:

$$h = 3,5\sigma n^{-\frac{1}{3}}. \quad (5)$$

Таблица 3

Основные статистические параметры

Table 3

Main statistic parameters

Параметр	Обозначение	Значение параметра
Среднее значение контактного нажатия (математическое ожидание), Н	P_{cp}	79,29564
Медиана, Н	Me	76,00196
Среднеквадратическое отклонение контактного нажатия, Н	σ	28,55943
Дисперсия выборки, Н ²	D	815,6413
Эксцесс	Ex	2,243801
Асимметричность	As	0,846411
Разница между наибольшим и наименьшим значением, Н	R	297,6811
Объем выборки	n	3064
Коэффициент вариации, %	V_s	36,0164

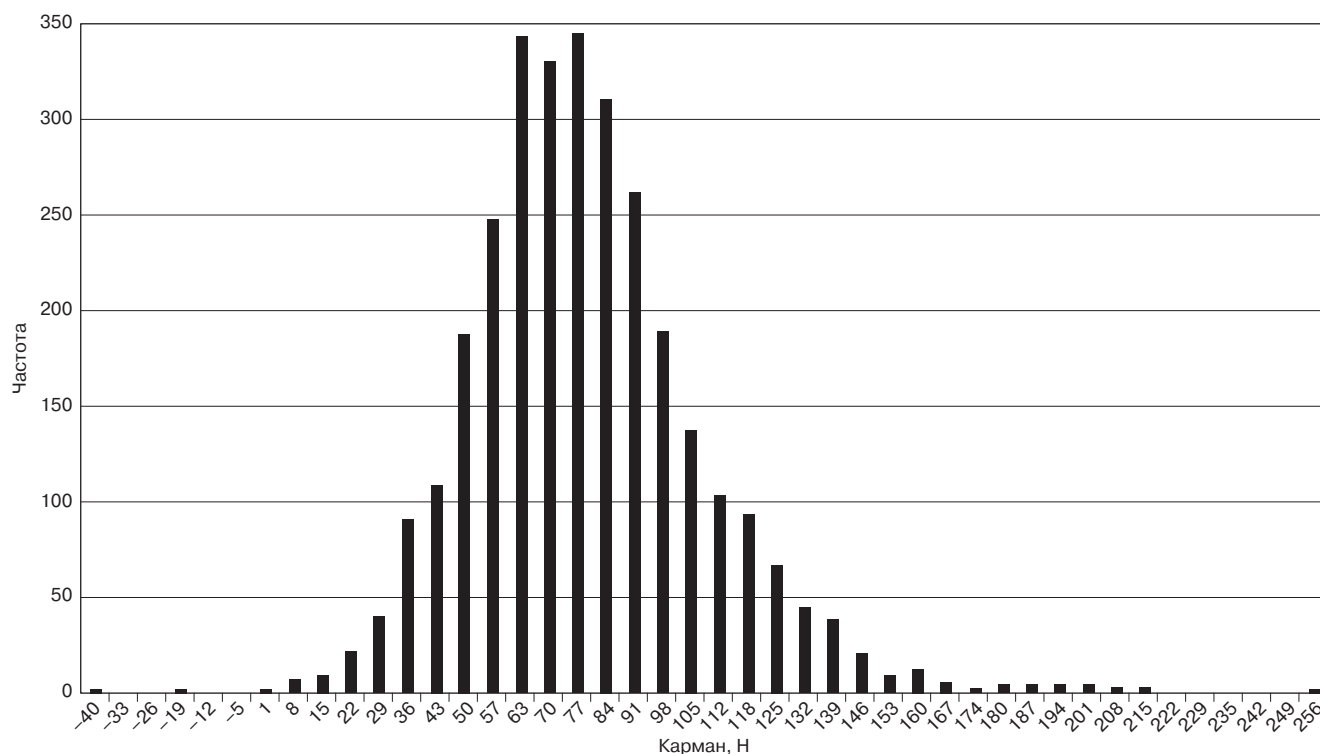


Рис. 2. Гистограмма накопленных частот, попадающих в середину полученных интервалов нижней и верхней границы (карман) контактного нажатия

Fig. 2. The histogram of accumulated frequencies in the middle of the intervals obtained by the lower and upper limits (pocket) of contact pressure

Число групп $s = 44$ при $h = 6,88$ Н. На рис. 2 показана гистограмма $S_j(F_i)$ с указанием накопленных частот S_j , попадающих в середину интервалов нижней и верхней границы (карман) контактного нажатия F_i .

По полученной зависимости $S_j(F_i)$ найдем экспериментальную плотность распределения $f_j(F_i)$ через относительные частоты (частотность) $W_i(F_i)$, которая

отражает вероятность попадания значений контактного нажатия в заданный интервал:

$$f_j(F_i) = \frac{W_i(F_i)}{h} = \frac{S_j(F_i)}{nh}. \quad (6)$$

Для построения теоретической плотности распределения $f_t(F_i)$ определим теоретические частоты $S_t(F_i)$, например, по следующей формуле по предложенному в [9] методу через дифференциальную функцию Лапласа $\Phi(u)$:

$$S_t(F_i) = \frac{nh}{\sigma} \Phi(u); \quad (7)$$

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}; \quad (8)$$

$$u = \frac{F_i - P_{cp}}{\sigma}. \quad (9)$$

На рис. 3 построены в сравнении графики плотности распределения $f_j(F_i)$ и $f_t(F_i)$.

В табл. 4 приведены вероятностные величины для оценки закона распределения:

- вероятность рассеивания экспериментальных значений от P_{cp} , %;
- вероятность рассеивания нормально распределенной случайной величины от ее математического ожидания.

Согласно одному из свойств нормального распределения [10] с вероятностью 99,7% значения

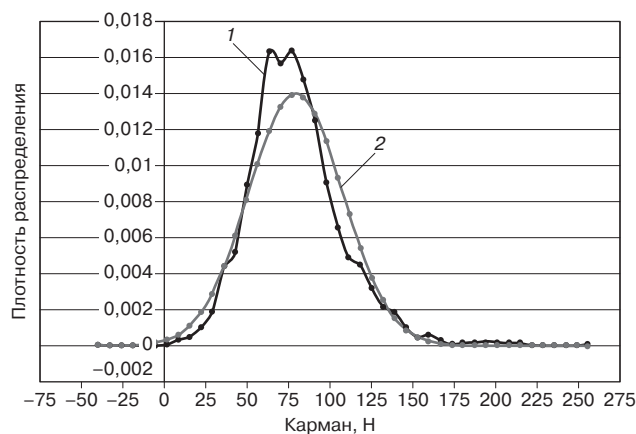


Рис. 3. Сравнение графиков экспериментальной плотности распределения и теоретической плотности распределения:

1 — экспериментальная плотность распределения $f_j(F_i)$; 2 — теоретическая плотность распределения $f_t(F_i)$

Fig. 3. Comparison of graphs of experimental density distribution and theoretical density distribution:

1 — experimental distribution density $f_j(F_i)$; 2 — theoretical distribution density $f_t(F_i)$

Таблица 4

Оценка закона распределения экспериментальных данных

Table 4

Evaluation of the distribution law of experimental data

Параметр	Диапазон отклонения		
	$\pm\sigma$	$\pm 2\sigma$	$\pm 3\sigma$
Вероятность рассеивания экспериментальных значений от P_{cp} , %	72,6	95,3	98,9
Вероятность рассеивания нормально распределенной случайной величины от ее математического ожидания, %	68,3	95,4	99,7
Оценка полученных значений, %	6,3	0,1	0,8

распределенной случайной величины должны отклоняться от их математического ожидания не более $\pm 3\sigma$, с вероятностью 95,4% — не более $\pm 2\sigma$, с вероятностью 68,3% — не более $\pm \sigma$. Следовательно, значения, лежащие за пределами $P_{cp} \pm 3\sigma$, практически всегда являющиеся выбросами.

Чтобы определить, что полученная теоретическая кривая не противоречит экспериментальным данным, применим критерий согласия χ^2 Пирсона.

Определим наблюдаемый критерий $\chi^2_{набл}$ по следующей формуле:

$$\chi^2_{набл} = \sum_{i=1}^{s'} \frac{(S'_i(F_i) - S'_t(F_i))^2}{S'_t(F_i)}, \quad (10)$$

где s' — число интервалов после объединения малочисленных частот, $s' = 26$; $S'_i(F_i)$ — ожидаемая экспериментальная частота после объединения интервалов; $S'_t(F_i)$ — ожидаемая теоретическая частота после объединения интервалов.

Из таблиц точки распределения χ^2 [9] найдем критические значения $\chi^2_{крит}$ для числа степеней свободы k по уровню значимости $\alpha = 0,01; 0,05$:

$$k = s' - 1 - r, \quad (11)$$

где r — число параметров, оцениваемых по выборке; для нормального закона распределения $r = 2$.

В результате находим: $\chi^2_{набл} = 307$, $\chi^2_{крит}(0,01; 23) = 41,64$ и $\chi^2_{крит}(0,05; 23) = 35,14$.

Следовательно, $\chi^2_{набл} > \chi^2_{крит}$, т.е. оценка разницы между экспериментальным и теоретическим распределением значима. Критерий $\chi^2_{набл}$ больше всех значений $\chi^2_{крит}$, и его значения выходят за границы доверительного интервала на уровне значимости $\alpha = 0,01; 0,05$, и поэтому нормальный закон распределения отвергается для описания экспериментальных данных.

Выводы. Полученная экспериментальная кривая, отражающая сложный процесс токосъема, характеризует комплексный состав системы, на который влияет значительное число случайных величин. В результате исследования доказано, что распределение плотности вероятности контактного нажатия в некоторых интервалах отличается от нормального закона.

Поскольку интегральная вероятность для диапазона $\pm 2\sigma$ и $\pm 3\sigma$ нормального закона распределения и интегральная вероятность контактного нажатия в соответствующих диапазонах отличаются менее чем на 1%, то на практике для оценки качества токосъема допустимо использовать среднее контактное нажатие токоприемника и его среднеквадратическое отклонение.

В общем случае процесс токосъема — это функция случайных величин. Возможно, для анализа такой сложной системы необходимо процесс токосъема рассмотреть как функцию случайных величин, где не нужно будет определять закон распределения функции случайной величины, а достаточно только определить некоторые числовые характеристики: среднее значение, дисперсию и другие.

Работа выполнялась при поддержке гранта Российского научного фонда № 15-19-00217.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. IEC 62486—2010 Railway applications—Current collection systems—Technical criteria for the interaction between pantograph and overhead line (to achieve free access). IEC, Geneva, Switzerland, 2010. 74 p.
2. Тюрнин П. Г., Тибилов А. Т., Миронос Н. В. Токосъем: надежность, экономичность и пути совершенствования. М.: ВМГ-Принт, 2015. 166 с.
3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958. 464 с.
4. Гнеденко Б. В., Хинчин А. Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1957. 144 с.
5. Испытания системы токосъема на перегоне Лихославль — Калашниково Октябрьской железной дороги / Н. В. Миронос [и др.] // Вестник ВНИИЖТ. 2008. № 1. С. 31 — 34.
6. Kiessling F. Contact lines for Electrical Railways: Planning, Design, Implementation, Maintenance, 2nd Edition [Text] / F. Kiessling, R. Puschmann, A. Schmieder, E. Schneider. Erlangen: Publics Publishing, 2009 (Revised reprint 2012). 994 p.
7. Пустыльник Е. И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. М.: Наука, 1968. 288 с.
8. Бикритериальный метод построения и оценки качества гистограмм / В. Н. Петрушин [и др.] // Информационные технологии и вычислительные системы. 2012. № 4. С. 22 — 31.
9. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высшая школа, 2004. 404 с.

10. Пугачёв В. С. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 1979. 496 с.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

ТЮРНИН Павел Георгиевич,
заведующий отделом «Контактная сеть и токосъем»,
АО «ВНИИЖТ»

МИРОНОС Николай Васильевич,
канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник отдела
«Контактная сеть и токосъем», АО «ВНИИЖТ»

ЕМЕЛЬЯНОВА Марина Николаевна,
канд. техн. наук, старший научный сотрудник отдела
«Контактная сеть и токосъем», АО «ВНИИЖТ»

Статья поступила в редакцию 19.07.2016 г., актуализирована
17.09.2016 г., принята к публикации 25.09.2016 г.

A study on the form of distribution of the experimental value of current collector pressing on the contact wire

P.G. TYURNIN, N.V. MIRONOS, M.N. EMEL'YANOVA

Joint Stock Company "Railway Research Institute" (JSC "VNIIZhT"), Moscow, 129626, Russia

Abstract. Current collection, while electric rolling stock is running, is a complex process. The quality of dynamic interaction is estimated at an average contact pressure of current collector and its standard deviation. To measure contact pressing force special equipment is used that is installed on the current collector and provides force measurements in contact "current collector-contact wire" with the required frequency. Obtained contact pressure measurement values are random variables that are affected by many factors, each of which is not possible to take into account simultaneously. Therefore, currently the most effective way to study the contact pressing is to carry an experiment.

Preliminary check of obtained experimental distribution of contact pressure for normality was determined considering the basic static distribution parameters.

Coefficients of skewness and kurtosis were calculated. To determine the nature of density of the experimental data distribution a histogram, as well as theoretical and experimental graphs of distribution density were built.

Probabilistic values for evaluation of law of experimental data distribution are shown. Check on plausibility of the hypothesis about the consistency of theoretical and experimental distribution density was made, applying the criterion of Pearson agreement.

The study on type of distribution of experimental value of contact pressing force of the current collector on the contact wire of catenary as a random variable showed that there are deviations from the normal law. Since the cumulative probability for the range $\pm 2\sigma$ and ± 3 of normal distribution and the cumulative probability of contact pressure in the respective ranges differ by less than 1 %, in practice, to assess the quality of current collection it is permissible to use the average contact pressing of the current collector and its standard deviation.

Keywords: catenary; quality of current collection; standard deviation of contact pressing; probability theory; statistical methods

DOI: <http://dx.doi.org/10.21780/2223-9731-2016-75-6-365-370>

REFERENCES

1. IEC 62486 – 2010 Railway applications. *Current collection systems. Technical criteria for the interaction between pantograph and overhead line. To achieve free access.* IEC, Geneva, Switzerland, 2010, 74 p.
2. Tyurnin P.G., Tibilov A.T., Mironos N.V. *Tokos"ema: nadezhnost', ekonomichnost' i puti sovershenstvovaniya* [Current collection: reliability, efficiency and ways to improve]. Moscow, VMG-Print Publ., 2015, 166 p.

3. Venttsel' E.S. *Teoriya veroyatnostey* [Probability theory]. Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoy literatury Publ., 1958, 464 p.

4. Gnedenko B.V., Khinchin A.Ya. *Elementarnoe vvedenie v teoriyu veroyatnostey* [An elementary introduction to probability theory]. Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoy literatury Publ., 1957, 144 p.

5. Mironos N.V., Tyurnin P.G., Vyazovoy M.V. *Ispytaniya sistemy tokos"ema na peregone Likhoslavl' — Kalashnikovo Oktyabr'skoy zheleznoy dorogi* [Tests of current collection system on the section Likhoslavl — Kalashnikovo of Oktyabr'skaya Railway]. Vestnik VNIIZhT [Vestnik of the Railway Research Institute]. Moscow, 2008, no. 1, pp. 31 – 34.

6. Kiessling F. *Contact lines for Electrical Railways: Planning, Design, Implementation, Maintenance.* 2-nd Edition. By Kiessling F., Puschmann R., Schmieder A., Schneider E. Erlangen, Publics Publ., 2009 (Revised reprint 2012), 994 p.

7. Pustyl'nik E.I. *Statisticheskie metody analiza i obrabotki nablyudeniy* [Statistical methods for the analysis and processing of observations]. Moscow, Nauka Publ., 1968, 288 p.

8. Petrushin V.N., Ul'yanov M.V., Chertikhina I.A., Nikul'chev E.V. *Bikriterial'nyy metod postroeniya i otsenki kachestva gistogramm* [Bicriterial method of building and evaluating the quality of histograms]. Informatsionnye tekhnologii i vychislitel'nye sistemy, 2012, no. 4, pp. 22 – 31.

9. Gmurman V.E. *Rukovodstvo k resheniyu zadach po teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistike* [Manual to solving problems in the theory of probability and mathematical statistics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2004, 404 p.

10. Pugachyov V.S. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Theory of Probability and Mathematical Statistics]. Moscow, Nauka, 1979, 496 p.

ABOUT THE AUTHORS

TYURNIN Pavel Georgievich,
Head of the Department "Catenary network and current collection", JSC "VNIIZhT"

MIRONOS Nikolay Vasil'evich,
Cand. Sci. (Eng.), Leading Researcher of the Department "Catenary network and current collection", JSC "VNIIZhT"

EMEL'YANOVA Marina Nikolaevna,
Cand. Sci. (Eng.), Senior Researcher of the Department "Catenary network and current collection", JSC "VNIIZhT"

Received 19.07.2016
Revised 17.09.2016
Accepted 25.09.2016

■ E-mail: emelyanova.marina@vniizht.ru (M.N. Emel'yanova)