

Оценка интенсивности бокового и вертикального износов рельсов под проходящими поездами

А. Я. КОГАН

Акционерное общество «Научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта» (АО «ВНИИЖТ»), Москва, 129626, Россия

Аннотация. В статье изложена методика оценки бокового, вертикального и приведенного износов головки рельса при проходе по кривой всего многообразия обращающегося на рассматриваемом участке пути подвижного состава. Методика основана на использовании программ оценки вероятностных характеристик процессов взаимодействия пути и подвижного состава на участке с заданными зависимостями, характеризующими состояние пути по геометрии в плане, профиле и по уровню.

Ключевые слова: износ головки рельса; упругие и неупругие скольжения; трение; условия эксплуатации; проходящие поезда; пропущенный тоннаж

Задача определения величины бокового износа головки рельса под проходящими поездами. Рассмотрим сначала задачу определения величины бокового износа головки рельса под проходящими поездами.

При набегании колеса i единицы подвижного состава (далее — экипажа) конструкции j на наружную нитку кривой образуется забег b_{ij} колеса по отношению к рельсу, величина которого определяется равенством [1]

$$b_{ij} = r_j \operatorname{tg} \psi_{ij}^n \operatorname{tg} \tau_j \approx r_j \psi_{ij}^n \operatorname{tg} \tau_j, \quad (1)$$

где r_j — радиус колеса экипажа конструкции j ; ψ_{ij}^n — угол набегания колеса i экипажа конструкции j на рельс; τ_j — угол наклона гребня набегающего колеса i экипажа конструкции j к горизонту.

Если в точке контакта вращающегося набегающего колеса i конструкции экипажа j и боковой поверхности рельса наружной нити кривой действует направляющая сила Y_{ij} , то возникает сила трения

$$T_{ij} = \mu_0 R_{ij}, \quad (2)$$

где μ_0 — коэффициент трения между поверхностями гребня колеса и рельса; R_{ij} — нормальная сила в точке контакта гребня набегающего колеса i экипажа конструкции j и боковой поверхности рельса.

Нормальная сила в точке контакта гребня набегающего колеса и боковой поверхности рельса определяется выражением [2]

$$R_{ij} = \frac{Y_{ij}}{\sin \tau_j - \mu_0 \cos \tau_j}. \quad (3)$$

Работа силы трения T_{ij} на перемещении ds , где ds — дифференциал пути, на котором совершает работу сила трения, определяется равенством

$$dA = T_{ij} ds. \quad (4)$$

Подставляя в (4) выражение (2) и учитывая равенство (3), получим

$$dA = \mu_0 Y_{ij} \frac{1}{\sin \tau_j - \mu_0 \cos \tau_j} ds. \quad (5)$$

Дифференциал ds связан с дифференциалом пути, пройденного колесной парой в направлении движения, соотношением

$$ds = \frac{b_{ij} dx}{r_j \sin \tau_j} = \psi_{ij}^n \sec \tau_j dx.$$

Подставляя полученный результат в (5), получим

$$dA = \mu_0 Y_{ij} \psi_{ij}^n \frac{\sec \tau_j}{\sin \tau_j - \mu_0 \cos \tau_j} dx. \quad (6)$$

Пусть при одиночном проходе по кривой i экипажа конструкции j боковая поверхность головки рельса упорной нитки кривой теряет площадь поперечного сечения ΔS_{ij}^B . Разделим обе части равенства (6) на величину ΔS_{ij}^B , тогда, учитывая, что $d\Omega^B = \Delta S_{ij}^B dx$ представляет собой дифференциал потери объема металла наружной рельсовой нити кривой при проходе i набегающей колесной парой экипажа конструкции j расстояния dx , получим

$$\frac{dA}{d\Omega^B} = \frac{1}{\Delta S_{ij}^B} \mu_0 Y_{ij} \psi_{ij}^n \frac{\sec \tau_j}{\sin \tau_j - \mu_0 \cos \tau_j}. \quad (7)$$

Так как отношение затраченной работы на износ к объему потерянного при износе материала представляет собой сопротивление износу C , получим следующую оценку площади сечения головки рельса, теряемой на боковой износ при одиночном проходе по кривой i набегающей оси экипажа конструкции j

$$\Delta S_{ij}^B = \frac{1}{C} \mu_0 Y_{ij} \psi_{ij}^H \frac{\sec \tau_j}{\sin \tau_j - \mu_0 \cos \tau_j}. \quad (8)$$

Понятие сопротивление износу применяется в настоящее время при оценке качества полимерных материалов. Применительно к стали используется понятие износостойкости, при этом износостойкость определяется как величина, обратная потере массы в образце при износных испытаниях [3].

Оценка износостойкости рельсов проводилась в лабораторных условиях при испытаниях на сухой износ образцов диаметром 40 мм и толщиной 4–6 мм, вырезанных вблизи поверхности катания [3]. Испытания проводились на машине Амслера при трении качения с десятипроцентным проскальзыванием. В качестве контртела применялись ролики из колесной стали. Износ оценивали по потере массы после $7 \cdot 10^4$ оборотов роликов, прижатых друг к другу силой 0,3–0,7 кН [3].

Работа, затрачиваемая на износ одного образца, может быть определена по формуле:

$$A = \mu^* P^* L, \quad (9)$$

где μ^* — коэффициент трения при десятипроцентном проскальзывании образца относительно контртела; P^* — сила прижатия роликов; L — путь, пройденный поверхностью образца в фрикционном режиме в процессе испытаний.

Коэффициент трения μ^* может быть принят равным коэффициенту сцепления колеса локомотива с рельсом в первой стадии начавшегося боксования ($\mu^* = 0,16$), когда процент проскальзывания близок к 10 %.

Силу P^* примем равной средней величине прижатия роликов при испытаниях ($P^* = 0,5$ кН).

Величина L может быть определена соотношением

$$L = \pi d n \epsilon, \quad (10)$$

где d — диаметр образца ($d = 40$ мм); n — число оборотов роликов ($n = 7 \cdot 10^4$); ϵ — процент проскальзывания ($\epsilon = 0,1$).

Теперь можно определить константу B , связывающую сопротивление износу C с износостойкостью I^*

$$C = B I^*, \quad (11)$$

где $B = A \Omega$. (12)

В выражении (12) величина Ω представляет собой массу, содержащуюся в единице объема рельсовой стали $\Omega = 7,8 \cdot 10^{-3}$ г/мм³.

Определим численное значение коэффициента B .

Подставляя в (12) выражения (9) и (10), получим

$$B = \pi \mu^* P^* d n \epsilon \Omega = 3,14 \cdot 0,16 \cdot 0,5 \cdot 40 \cdot 7 \cdot 10^4 \cdot 0,1 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} = 5,5 \cdot 10^2 \text{ кНг/мм}^2.$$

Или, подставляя в (11) полученный результат, окончательно получим

$$C = 5,5 \cdot 10^2 \cdot I^* [\text{кН/мм}^2]. \quad (13)$$

Формулу (8) можно использовать для получения общей площади поперечного сечения головки рельса, потерянной в результате фрикционного взаимодействия рельса с гребнями набегающих колес проходящего по кривой подвижного состава. Очевидно, можно записать

$$S^B = \frac{\mu_0 N}{C} \sum_{j=1}^M \beta_j \frac{\sec \tau_j}{\sin \tau_j - \mu_0 \cos \tau_j} G_j^B, \quad (14)$$

где S^B — общая площадь поперечного сечения головки рельса, потерянная в результате истирания боковой грани рельса гребнями колес проходящих поездов; N — общее количество экипажей, прошедших по заданной кривой; M — общее число конструкций экипажей, обращающихся на рассматриваемом участке; β_j — доля экипажей, имеющих параметры конструкции j , движущихся с заданными скоростями и определенными осевыми нагрузками, в общем многообразии экипажей, обращающихся на рассматриваемом участке пути; G_j^B — среднее значение комплексного показателя, определяющего боковой износ головки рельса при проходе по кривой экипажа конструкции j .

Величина G_j^B может быть вычислена по формуле:

$$G_j^B = \sum_{i=1}^{n_j^H} \langle Y_{ij} \psi_{ij}^H \rangle = \sum_{i=1}^{n_j^H} [\langle Y_{ij} \rangle \langle \psi_{ij}^H \rangle + K_{Y_{ij} \psi_{ij}^H}], \quad (15)$$

где n_j^H — количество набегающих колесных пар в экипаже конструкции j ; $\langle Y_{ij} \rangle$ — среднее значение направляющей силы, действующей от гребня i набегающей колесной пары экипажа конструкции j на наружную рельсовую нить; $\langle \psi_{ij}^H \rangle$ — среднее значение угла между осью i колесной пары и нормалью к продольной оси пути x в точке расположения этой колесной пары; $K_{Y_{ij} \psi_{ij}^H}$ — корреляционный момент (ковариация) случайных величин Y_{ij} и ψ_{ij}^H .

Методы определения величин $\langle Y_{ij} \rangle$, $\langle \psi_{ij}^H \rangle$ и $K_{Y_{ij} \psi_{ij}^H}$ изложены в книге [2], а расчет этих величин может быть осуществлен по программе [4].

Величина бокового износа головки рельса связана с площадью поперечного сечения рельса, потерянной в результате износа. На рис. 1 приведен пример графика такой зависимости.

Таким образом, величина бокового износа головки рельса δ^B в рассматриваемой кривой определится выражением

$$\delta^B = k_\lambda \Phi_B \{S^B\} = k_\lambda \Phi_B \left\{ \frac{\mu_0 N}{C} \sum_{j=1}^M \beta_j \frac{\sec \tau_j}{\sin \tau_j - \mu_0 \cos \tau_j} \sum_{i=1}^{n_j^H} [\langle Y_{ij} \rangle \langle \psi_{ij}^H \rangle + K_{Y_{ij} \psi_{ij}^H}] \right\}, \quad (16)$$

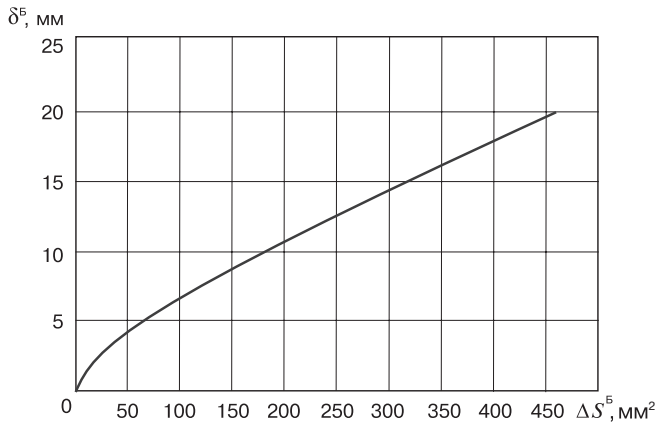


Рис. 1. График зависимости величины бокового износа δ^5 от площади потерянного металла ΔS^5 для рельса Р65

Fig. 1. Graph of the dependence of the value δ^5 of lateral wear on the area of the lost metal ΔS^5 for the rail R65

где $k_{\text{л}}$ — коэффициент, корректирующий величину бокового износа головки рельса от повышенного воздействия локомотивов в режиме тяги.

В первом приближении этот коэффициент может быть принят:

на участках с уклоном 12–15‰ — $k_{\text{л}} = 1,05$;

на горно-перевальных участках — $k_{\text{л}} = 1,1$.

Для оценки **вертикального износа головки рельса** воспользуемся следующей методикой. Работа сил трения при вертикальном износе рельсов при проходе i колеса экипажа конструкции j по v -й рельсовой нити ($v = 1$ — индекс наружной нити кривой, $v = 2$ — внутренней) на участке dx составляет величину

$$dA = F_{v_j} dx, \quad (17)$$

где F_{v_j} — обобщенная сила, действующая на перемещений dx и развивающая такую же мощность, что и сила трения в контакте поверхностей катания колеса и головки рельса.

Таким образом,

$$F_{v_j} V = P_{v_j} \mu_{\text{max}} |W_{ij}^*| V, \quad (18)$$

где P_{v_j} — вертикальная сила, действующая на поверхности катания рельсовой нити v от i колеса экипажа конструкции j ; μ_{max} — максимальный коэффициент трения, при котором реализуются только неупругие скольжения колеса по рельсу; V — скорость движения экипажа; $|W_{ij}^*|$ — модуль относительной скорости неупругого скольжения колеса по рельсу.

Модуль относительной скорости неупругого скольжения колеса по рельсу может быть определен из выражения [5]

$$|W_{ij}^*| = \sqrt{|u_{ij}^*|^2 + |v_{ij}^*|^2}, \quad (19)$$

где $|u_{ij}^*|$ — модуль относительной скорости поперечного неупругого скольжения, направленного перпендикулярно направлению движения колеса; $|v_{ij}^*|$ — модуль относительной скорости продольного неупругого скольжения, направленного вдоль направления движения колеса.

В выражении (19) приведены соотношения относительных скоростей поперечного, продольного и суммарного неупругих скольжений колеса по рельсу по модулю. Это связано с тем, что в дальнейшем для оценки вертикального износа головки рельса будет производиться осреднение случайных значений относительных скоростей этих скольжений, которые могут принимать как положительные, так и отрицательные значения.

При одиночном проходе i колеса экипажа конструкции j по участку dx рельсовой нити v дифференциал потерянного на вертикальный износ объема металла составит:

$$d\Omega^B = \Delta S_{v_j}^B dx, \quad (20)$$

где $\Delta S_{v_j}^B$ — площадь поперечного сечения головки рельса, теряемая при вертикальном износе при проходе i колеса экипажа конструкции j по v -й рельсовой нити кривой.

Разделив левую часть равенства (17) на левую часть равенства (20), а правую часть равенства (17) на правую часть равенства (20) и учитывая соотношение (18), получим:

$$\frac{dA}{d\Omega^B} = \frac{P_{v_j} \mu_{\text{max}} |W_{ij}^*|}{\Delta S_{v_j}^B} = C. \quad (21)$$

Величины вертикальных сил, передающихся от i набегающей колесной пары экипажа конструкции j на поверхности катания рельсов наружной ($v = 1$) и внутренней ($v = 2$) рельсовых нитей, определяются равенствами [2]

$$P_{1_j} = Q_{1_j} - \frac{\cos \tau_j + \mu_0 \sin \tau_j}{\sin \tau_j - \mu_0 \cos \tau_j} Y_{1_j}; \quad (22)$$

$$P_{2_j} = Q_{2_j}, \quad (23)$$

где Q_{v_j} — суммарная вертикальная нагрузка, передаваемая от колесной пары i экипажа конструкции j на наружную ($v = 1$) и внутреннюю ($v = 2$) рельсовые нити кривой.

Появление второго слагаемого в формуле (22) объясняется тем, что часть вертикальной нагрузки от i колесной пары экипажа конструкции j на внешнюю нить кривой передается на рельс через гребень набегающего колеса.

Для ненабегающей колесной пары

$$P_{1_j} = Q_{1_j} \quad (24)$$

Формула (21) позволяет оценить площадь поперечного сечения головки рельса, теряемую на вертикальный износ v рельсовой нити кривой при одиночном проходе i колесной пары экипажа конструкции j

$$\Delta S_{vj}^B = \frac{1}{C} \mu_{\max} P_{vj} |W_{ij}^*|. \quad (25)$$

Используя формулу (25) можно получить значение общей площади поперечного сечения головки рельса, потерянной при фрикционном взаимодействии поверхностей катания рельса и колес проходящего по кривой подвижного состава. Очевидно, по аналогии с формулой (11) можно записать

$$S_v^B = \sum_j \sum_i \Delta S_{vj}^B = \frac{\mu_{\max}}{C} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{n_j} P_{vj} |W_{ij}^*|, \quad (26)$$

где S_v^B — общая площадь поперечного сечения рельса, потерянная при вертикальном износе рельсов наружной и внутренней ниток кривой; n_j — общее количество колесных пар в экипаже конструкции j .

При большом количестве прошедших по кривой единиц подвижного состава выражение (26) примет вид

$$S_v^B = \frac{\mu_{\max} N}{C} \sum_{j=1}^M \beta_j G_{vj}^B, \quad (27)$$

где $G_{vj}^B = \sum_{i=1}^{n_j} \langle P_{vj} |W_{ij}^*| \rangle$ — среднее значение комплексного показателя, определяющего вертикальный износ головок рельсов наружной ($v = 1$) и внутренней ($v = 2$) нитей кривой.

Пренебрегая корреляцией случайных величин P_{vj} и $|W_{ij}^*|$ можно записать

$$G_{vj}^B = \sum_{i=1}^{n_j} \langle P_{vj} \rangle \langle |W_{ij}^*| \rangle. \quad (28)$$

С учетом формул (22) и (23) средние значения величин для набегающих колесных пар определяются так:

$$\begin{cases} \langle P_{1j} \rangle = \langle Q_{1j} \rangle - \frac{\cos \tau_j + \mu_0 \sin \tau_j}{\sin \tau_j - \mu_0 \cos \tau_j} \langle Y_{1j} \rangle; \\ \langle P_{2j} \rangle = \langle Q_{2j} \rangle. \end{cases} \quad (29)$$

Для ненабегающих колесных пар $\langle P_{ij} \rangle = \langle Q_{ij} \rangle$.

Приступим теперь к определению среднего значения модуля относительной скорости неупругого скольжения колеса по рельсу $\langle |W_{ij}^*| \rangle$, определяемого выражением (19). Отметим сразу, что модули относительных скоростей продольного и поперечного неупругих скольжений связаны соотношением [5, 6]

$$\frac{|v_{ij}^*|}{|u_{ij}^*|} = \operatorname{tg} \alpha_{ij}, \quad (30)$$

где α_{ij} — угол, определяемый вписыванием экипажа конструкции j в кривую радиуса $\langle \rho \rangle$

$$\operatorname{tg} \alpha_{ij} = \frac{S_1}{2(a_{ij} - a_{ij}^* - x_{cij})}. \quad (31)$$

В выражении (31) введены следующие обозначения: a_{ij} — координата по продольной оси x центра масс i колесной пары тележки I экипажа конструкции j ; a_{ij}^* — координата по продольной оси x центра масс I тележки экипажа конструкции j ; $x_{cij} = \langle \rho \rangle \langle \psi_I^+ \rangle$ — расстояние от центра тяжести тележки I экипажа конструкции j до полюса ее поворота при вписывании экипажа в кривую; $\langle \rho \rangle$ — средний радиус кривой; $\langle \psi_I^+ \rangle$ — средний угол поворота тележки I , отсчитываемый от направления касательной к проектной оси пути в точке центра тяжести тележки I ; $2S_1$ — расстояние между кругами катания колесной пары.

С учетом соотношения (30) выражение (19) примет вид

$$|W_{ij}^*| = |u_{ij}^*| \sec \alpha_{ij}. \quad (32)$$

Здесь в обозначениях величин не введен дополнительный индекс I с учетом того, что все колесные пары экипажа конструкции j могут быть пронумерованы по одному индексу i .

Таким образом, для оценки величины G_{vj}^B , определяемой формулой (28), достаточно вычислить среднее значение модуля относительной скорости поперечного неупругого скольжения $\langle |u_{ij}^*| \rangle$, так как

$$\langle |W_{ij}^*| \rangle = \langle |u_{ij}^*| \rangle \sec \alpha_{ij}. \quad (33)$$

Неупругая составляющая относительной поперечной скорости скольжения колес по рельсу u_{ij}^* связана с суммарной относительной скоростью поперечного скольжения u_{ij} параметрически

$$u_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\alpha_1} Y_{fj} \text{ при } 0 \leq Y_{fj} \leq (1-a) \langle Q_{0j} \rangle \mu_{\max} \cos \alpha_{ij}; \\ \frac{1}{\alpha_1} Y_{fj} + \left[1 - \sqrt{1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{Y_{fj}}{\langle Q_{0j} \rangle \mu_{\max} \cos \alpha_{ij}} - (1-a) \right)^2} \right] b \cos \alpha_{ij}; \end{cases} \quad (34)$$

при $(1-a) \langle Q_{0j} \rangle \mu_{\max} \cos \alpha_{ij} \leq Y_{fj} < \langle Q_{0j} \rangle \mu_{\max} \cos \alpha_{ij}$.

$$u_{ij}^* = \begin{cases} 0 \text{ при } 0 \leq Y_{fj} \leq (1-a) \langle Q_{0j} \rangle \mu_{\max} \cos \alpha_{ij}; \\ \left[1 - \sqrt{1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{Y_{fj}}{\langle Q_{0j} \rangle \mu_{\max} \cos \alpha_{ij}} - (1-a) \right)^2} \right] b \cos \alpha_{ij}; \end{cases} \quad (35)$$

при $(1-a) \langle Q_{0j} \rangle \mu_{\max} \cos \alpha_{ij} \leq Y_{fj} < \langle Q_{0j} \rangle \mu_{\max} \cos \alpha_{ij}$,

где $2\langle Q_{0j} \rangle$ — средняя осевая нагрузка экипажа конструкции j ; α_1 — коэффициент поперечного крива;

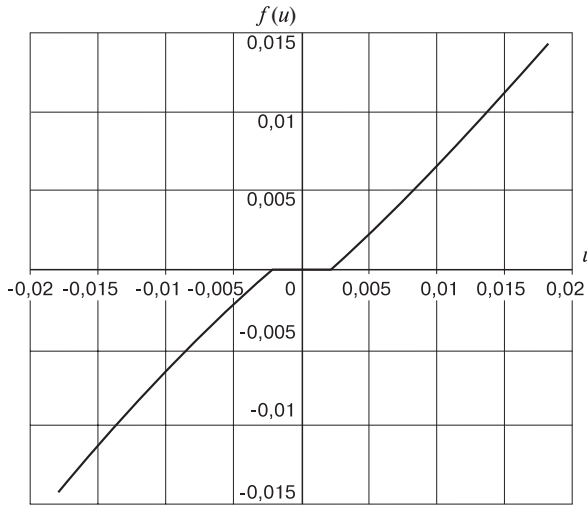


Рис. 2, а. Зависимость неупругой составляющей относительной скорости скольжения $u^* = f(u)$ от суммарной относительной скорости скольжения u при $\alpha_{ij} = 0$

Fig. 2, a. Dependence of the nonelastic component of the relative slip velocity $u^* = f(u)$ on the total relative sliding speed u at $\alpha_{ij} = 0$

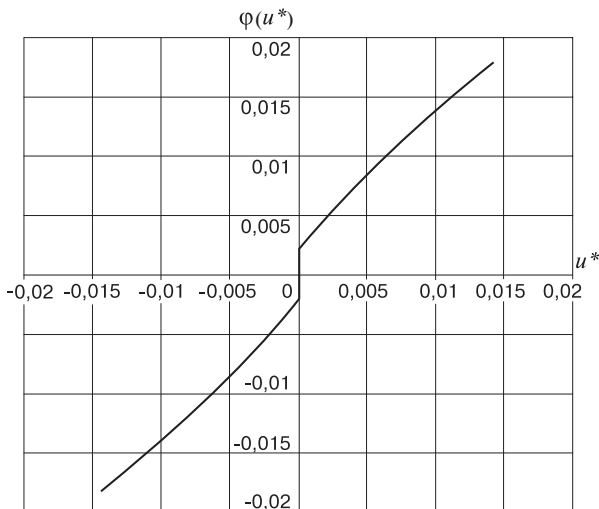


Рис. 2, б. Зависимость суммарной относительной скорости скольжения $u = \varphi(u^*)$ от ее неупругой составляющей u^* при $\alpha_{ij} = 0$

Fig. 2, б. Dependence of the total relative slip velocity $u = \varphi(u^*)$ on its inelastic component u^* at $\alpha_{ij} = 0$

a, b — коэффициенты эллиптической аппроксимации кривой крива.

Соотношения (34) и (35) относятся к интервалу значений параметра $Y_{f_{ij}}$, определяемому неравенствами $0 \leq Y_{f_{ij}} < \langle Q_{0j} \rangle \mu_{\max} \cos \alpha_{ij}$.

При отрицательных значениях параметра $Y_{f_{ij}}$ относительные скорости скольжений u и u^* могут быть определены с учетом косой симметрии функций $u(Y)$ и $u^*(Y)$:

$$\begin{aligned} u_{ij}(-Y_{f_{ij}}) &= -u_{ij}(Y_{f_{ij}}); \\ u_{ij}^*(-Y_{f_{ij}}) &= -u_{ij}^*(Y_{f_{ij}}). \end{aligned}$$

В выражениях (34) и (35) в качестве связующего параметра выступает поперечная сила трения, действующая на поверхности катания рельса $Y_{f_{ij}}$.

Из равенств (34), (35) следует, что при

$$Y_{f_{ij}} = \langle Q_{0j} \rangle \mu_{\max} \cos \alpha_{ij} \text{ и } u_{ij} = \left(b + \frac{\langle Q_{0j} \rangle}{\alpha_1} \mu_{\max} \right) \cos \alpha_{ij} \quad (36)$$

имеем

$$u_{ij}^* = b \cos \alpha_{ij}; \quad (36)$$

$$u_{ij} = \frac{1}{\alpha_1} Y_{f_{ij}} + b \cos \alpha_{ij} = u_{ij}^* + \frac{\langle Q_{0j} \rangle}{\alpha_1} \mu_{\max} \cos \alpha_{ij}. \quad (37)$$

При дальнейшем увеличении относительной скорости суммарного поперечного скольжения u_{ij} относительная скорость упругого скольжения сохраняет

ся, так что при $u_{ij} > \left(b + \frac{\langle Q_{0j} \rangle}{\alpha_1} \mu_{\max} \right) \cos \alpha_{ij}$ сохраняется

неизменным равенство (37), связывающее суммарную относительную скорость поперечного скольжения колеса по рельсу с ее неупругой составляющей.

Для получения отдельных точек параметрически заданной функции $u^* = f_{ij}(u)$ значения величин u_{ij} и u_{ij}^* по формулам (34) и (35) целесообразно вычислять, начиная со значения $Y_{f_{ij}} = (1-a) \langle Q_{0j} \rangle \mu_{\max} \cos \alpha_{ij}$, так как при $Y_{f_{ij}} < (1-a) \langle Q_{0j} \rangle \mu_{\max} \cos \alpha_{ij}$ $u^* \equiv 0$. При $\cos \alpha_{ij} > 0,8$ значения величин u_{ij} и u_{ij}^* можно также вычислять, задаваясь величинами параметра $Y_{f_{ij}}$ с равными интервалами $\Delta Y_{f_{ij}} = 0,001(1-a) \langle Q_{0j} \rangle \mu_{\max} \cos \alpha_{ij}$, начиная со значения $Y_{f_{ij}} = 0$.

На рис. 2, а представлен график значений функции $u^* = f_{ij}(u)$, которые вычислены по формулам (34) и (35) при следующих параметрах: $a = 0,48$; $b = 0,0155$; $\mu_{\max} = 0,35$; $\langle Q_{0j} \rangle = 115$ кН; $\alpha_1 = 10834$ кН; $\alpha_{ij} = 0$. На рис. 2, б приведен график обратной функции $u = \varphi_{ij}(u^*)$, полученный при тех же параметрах.

Учитывая косую симметрию (нечетность) функций $u^* = f_{ij}(u)$ и $u = \varphi_{ij}(u^*)$ и, в частности, равенство $f_{ij}(0) = \varphi_{ij}(0) = 0$, можно констатировать однозначное соответствие взаимно-обратных функций $u^* = f_{ij}(u)$ и $u = \varphi_{ij}(u^*)$.

Функцию распределения случайной величины u_{ij} можно считать заданной, поскольку два параметра — среднее значение $\langle u_{ij} \rangle = \langle \psi_{ij} \rangle$ и среднеквадратическое отклонение $\sigma_{u_{ij}}$ могут быть вычислены по методике, изложенной в [2], с использованием программы ВЭИП [4].

Считая, что случайная величина u_{ij} имеет нормальное распределение, получим следующее выражение для плотности вероятности этой величины

$$\omega_{u_{ij}}(x) = \frac{1}{\sigma_{u_{ij}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \langle \psi_{ij} \rangle)^2}{2\sigma_{u_{ij}}^2}}. \quad (38)$$

Как уже было сказано, случайная величина u_{ij}^* является функцией случайной величины u_{ij} . Так как обратная величина $u = \varphi_{ij}(u^*)$ однозначна, может быть вычислено среднее значение величины u_{ij}^* по формуле [7]

$$\langle u_{ij}^* \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f_{ij}(x) \omega(x) dx, \quad (39)$$

Так как на интервале

$$-(1-a) \frac{\langle Q_{0j} \rangle}{\alpha_1} \mu_{\max} \cos \alpha_{ij} \leq x \leq (1-a) \frac{\langle Q_{0j} \rangle}{\alpha_1} \cos \alpha_{ij}$$

функция $f_{ij}(x)$ тождественно равна нулю, выражение (39) может быть записано в виде

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_{ij}(x) \omega(x) dx = \int_{-\infty}^{-u_{0j}} f_{ij}(x) \omega(x) dx + \int_{u_{0j}}^{\infty} f_{ij}(x) \omega(x) dx, \quad (40)$$

где $u_{0j} = (1-a) \frac{\langle Q_{0j} \rangle}{\alpha_1} \mu_{\max} \cos \alpha_{ij}$.

Подставляя в (39) выражения (38) и (40) и учитывая косую симметрию функции $f_{ij}(x)$, получим

$$\langle u_{ij}^* \rangle = \frac{1}{\sigma_{u_{ij}} \sqrt{2\pi}} \int_{u_{0j}}^{\infty} f_{ij}(x) \left[e^{-\frac{(\langle \psi_{ij} \rangle - x)^2}{2\sigma_{u_{ij}}^2}} - e^{-\frac{(\langle \psi_{ij} \rangle + x)^2}{2\sigma_{u_{ij}}^2}} \right] dx \quad (41)$$

Функции $f_{ij}(u)$ и $\varphi_{ij}(u^*)$, как уже ранее отмечалось, задаются параметрически через параметр $Y_{f_{ij}}$ в виде двух взаимосвязанных числовых последовательностей $u = u(Y_{f_{ij}})$ и $u^* = u^*(Y_{f_{ij}})$.

Хотя параметр $Y_{f_{ij}}$ задается с постоянным шагом, последовательности $u = u(Y_{f_{ij}})$ и $u^* = u^*(Y_{f_{ij}})$ имеют переменные шаги. В связи с этим интегрирование выражения (41) будем производить по формуле трапеций с переменным шагом. В рассматриваемом случае при $\cos \alpha_{ij} = 0$ имеем

$$\begin{aligned} \langle u_{ij}^* \rangle = & \frac{1}{\sigma_{u_{ij}} \sqrt{2\pi}} \sum_{m=1000}^{m=M_u} \frac{f(u_m) + f(u_{m+1})}{2} (u_{m+1} - u_m) \times \\ & \times \frac{1}{2} \left[e^{-\frac{(\langle \psi_{ij} \rangle - u_m)^2}{2\sigma_{u_{ij}}^2}} + e^{-\frac{(\langle \psi_{ij} \rangle - u_{m+1})^2}{2\sigma_{u_{ij}}^2}} - \right. \\ & \left. - e^{-\frac{(\langle \psi_{ij} \rangle + u_m)^2}{2\sigma_{u_{ij}}^2}} - e^{-\frac{(\langle \psi_{ij} \rangle + u_{m+1})^2}{2\sigma_{u_{ij}}^2}} \right]. \end{aligned} \quad (42)$$

Верхний предел суммы M_u может быть определен по ее сходимости к постоянной величине

$$\lim_{M_u \rightarrow \infty} \langle u_{ij}^* \rangle = \text{const.}$$

Для того, чтобы получить выражение для среднего значения модуля относительной скорости поперечного неупругого скольжения колес по рельсу $\langle |u_{ij}^*| \rangle$ достаточно в выражении (42) сменить знак минус на

плюс у двух слагаемых $e^{-\frac{(\langle \psi_{ij} \rangle - u_m)^2}{2\sigma_{u_{ij}}^2}}$ и $e^{-\frac{(\langle \psi_{ij} \rangle + u_{m+1})^2}{2\sigma_{u_{ij}}^2}}$ под знаком суммы. Таким образом, можно записать

$$\begin{aligned} \langle |u_{ij}^*| \rangle = & \frac{1}{\sigma_{u_{ij}} \sqrt{2\pi}} \sum_{m=1000}^{m=M_u} \frac{f(u_m) + f(u_{m+1})}{2} (u_{m+1} - u_m) \times \\ & \times \frac{1}{2} \left[e^{-\frac{(\langle \psi_{ij} \rangle - u_m)^2}{2\sigma_{u_{ij}}^2}} + e^{-\frac{(\langle \psi_{ij} \rangle - u_{m+1})^2}{2\sigma_{u_{ij}}^2}} + \right. \\ & \left. + e^{-\frac{(\langle \psi_{ij} \rangle + u_m)^2}{2\sigma_{u_{ij}}^2}} + e^{-\frac{(\langle \psi_{ij} \rangle + u_{m+1})^2}{2\sigma_{u_{ij}}^2}} \right]. \end{aligned} \quad (43)$$

После того как величина среднего значения модуля относительной скорости поперечного неупругого скольжения колес по рельсу $\langle |u_{ij}^*| \rangle$ вычислена, может быть определена с учетом (25) и (30) величина комплексного показателя G_{vj}^B , определяющего вертикальный износ головки рельса наружной ($v = 1$) и внутренней ($v = 2$) нитей кривой при проходе экипажа конструкции j с заданной скоростью

$$G_{vj}^B = \sum_{i=1}^{n_j} \langle P_{vj} \rangle \langle |u_{ij}^*| \rangle \sec \alpha_{ij}. \quad (44)$$

Вернемся теперь к анализу выражения (27), определяющего площадь поперечного сечения головки рельса, теряемую при вертикальном износе рельса. Величина вертикального износа головки рельса связана с площадью поперечного сечения, потерянной в результате износа. На рис. 3 приведен пример графика такой зависимости. С учетом сказанного величина вертикального износа головки рельса в рассматриваемой кривой определится так

$$\delta_v^B = k_T \Phi_B \{S_v^B\} = k_T \Phi_B \left\{ \frac{\mu_{\max} N}{C} \sum_{j=1}^M \beta_j G_{vj}^B \right\}, \quad (45)$$

где G_{vj}^B , определяется выражением (44).

Параметры β_j были введены ранее при выводе формулы (14).

Коэффициент k_T вводится для корректировки величины вертикального износа головки рельса на участках систематического применения пневматического торможения поездов. В первом приближении этот коэффициент может быть принят равным $k_T = 1,15$.

При необходимости может быть вычислен приведенный износ головки рельса по формулам

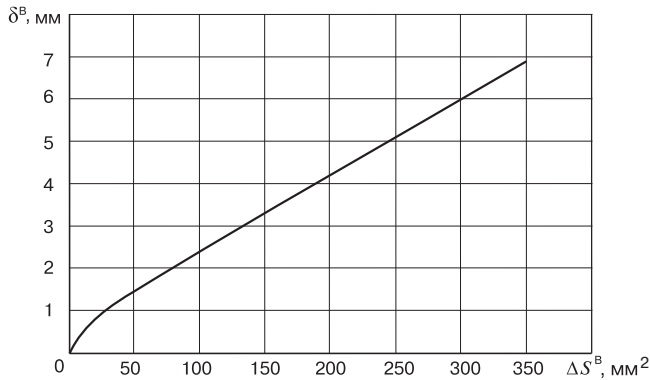


Рис. 3. График зависимости вертикального износа рельса δ^B от площади потерянного металла ΔS^B для рельса Р65
Fig. 3. Graph of the dependence of the vertical lateral of rail wear δ^B on the area of the lost metal ΔS^B for the rail R65

$$\begin{cases} \delta_1^{np} = \delta_1^B + \frac{1}{2}\delta^B; \\ \delta_2^{np} = \delta_2^B. \end{cases} \quad (46)$$

Величина пропущенного по кривой тоннажа брутто может быть определена так

$$T = \frac{1}{g} \langle 2Q_0 \rangle N \langle n_j \rangle, \quad (47)$$

где $\langle 2Q_0 \rangle = 2 \sum_{j=1}^M \beta_j \langle Q_{0j} \rangle$ — средняя осевая нагрузка экипажей на участке; $\langle n_j \rangle = \sum_{j=1}^M \beta_j n_j$ — средневзвешенное число осей в экипажах, обращающихся на участке; g — ускорение силы тяжести, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Из формулы (47) может быть определено общее количество экипажей, прошедших по заданному участку пути в зависимости от прошедшего тоннажа брутто

$$N = \frac{Tg}{\langle 2Q_0 \rangle \langle n_j \rangle}. \quad (48)$$

Интенсивность бокового износа J^B может быть определена как отношение площади поперечного сечения головки рельса, потерянной в результате истирания боковой грани головки гребнями колес проходящих поездов ΔS^B , к пропущенному по кривой тоннажу брутто T . Подставляя в выражение (14) соотношение (48), получим

$$J^B = 10^6 \frac{\mu_0 g}{C \langle 2Q_0 \rangle \langle n_j \rangle} \sum_{j=1}^M \beta_j \frac{\sec \tau_j}{\sin \tau_j - \mu_0 \cos \tau_j} G_j^B, \quad (49)$$

где величина G_j^B определяется выражением (15).

Точно так же интенсивность вертикального износа J^B может быть определена как отношение площади поперечного сечения рельса, потерянной при вертикальном износе к пропущенному по участку пути

тоннажа брутто T . Подставляя в (27) выражение (48), получим

$$J^B = 10^6 \frac{\mu_{\max} g}{C \langle 2Q_0 \rangle \langle n_j \rangle} \sum_{j=1}^M \beta_j G_{vj}^B, \quad (50)$$

где величина G_{vj}^B определяется выражением (28).

Множитель 10^6 в формулах (49) и (50) введен в связи с тем, что размерность интенсивности износа удобно вести в единицах мм²/млн т брутто.

Формулы (16), (45), (46), (49) и (50) позволяют определить величины бокового, вертикального и приведенного износов головок рельсов, а также их интенсивностей.

В заключение отметим, что изложенные методы определения величины вертикального износа рельсов относятся как к кривым, так и к прямым участкам пути.

Закключение. Предложена методика оценки величин интенсивностей бокового и вертикального износов головок рельсов в кривых участках пути под воздействием проходящих поездов. Данная методика определения вертикального износа головки рельса относится также и к прямым участкам пути. Приведенные количественные оценки бокового и вертикального износов головок рельсов могут быть использованы для решения ряда эксплуатационных задач. Например, влияние несоответствия возвышения рельса в кривых скоростям движения грузовых поездов на боковой износ наружного рельса и вертикальный износ внутреннего рельса, что имеет место при смешанном движении грузовых и пассажирских поездов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вериго М.Ф., Коган А.Я. Взаимодействие пути и подвижного состава. М.: Транспорт, 1986. 560 с.
2. Коган А.Я. Динамика пути и его взаимодействие с подвижным составом. М.: Транспорт, 1997. 326 с.
3. Золотарский А.Ф., Раузин Я.Р., Шур Е.А. Термические упрочненные рельсы. М.: Транспорт, 1976. 264 с.
4. Воздействие экипажа на путь при пространственных колебаниях подвижного состава: описание программы / А.Я. Коган [и др.] // Информационный бюллетень ВНИИ-Центр ГОСФАП. 1985. № 4/67. 40 с.
5. Коган А.Я. Взаимодействие колеса и рельса при качении // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2008. № 8. С. 26–38.
6. Коган А.Я., Загитов Э.Д., Полещук И.В. Случайные процессы взаимодействия пути и подвижного состава. М.: РАС, 2016. 208 с.
7. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники: в 3 т. Т. 1. М.: Советское радио, 1969. С. 117–118.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

КОГАН Александр Яковлевич,
д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник,
АО «ВНИИЖТ»

Статья поступила в редакцию 26.04.2017 г., принята к публикации 31.05.2017 г.

Evaluation of the intensity of lateral and vertical wear of rails under passing trains

A.Ya. Kogan

Joint Stock Company "Railway Research Institute" (JSC "VNIIZhT"), Moscow, 129626, Russia

Abstract. The article presents the fundamentals of methods for estimating lateral and vertical wear of the rail head, as well as their intensity, depending on the geometric and force interaction of the rails and wheels of the rolling stock running in a given section in a stochastic setting. The problem is solved for the general case of the entire manifold of the rolling stock (including various design features) running along a curve of a given radius for a given elevation of the outer rail (or tangent section). The track section is characterized by the main dynamic parameters of the structure of railway superstructure, as well as the specified probabilistic characteristics of random processes that determine its state in terms of plan, profile and level.

The quantitative estimates of lateral and vertical wear of the rail head in the article can be used to solve a number of operational problems. For example, it is possible to estimate the effect of the mismatch between the elevation of the outer rail in the curves on the lateral wear of the outer rail and the vertical wear of the inner rail with the mixed traffic of freight and passenger trains.

Keywords: wear of rail head; elastic and nonelastic slip; friction; operation conditions; passed trains; passed tonnage

DOI: <http://dx.doi.org/10.21780/2223-9731-2017-76-3-138-145>

REFERENCES

1. Verigo M. F., Kogan A. Ya. *Vzaimodeystvie puti i podvizhnogo sostava* [Track and railway vehicle interaction]. Moscow, Transport Publ., 1986, 560 p.

2. Kogan A. Ya. *Dinamika puti i ego vzaimodeystvie s podvizhnym sostavom* [Tracks dynamics and its interaction with rolling stock]. Moscow, Transport Publ., 1997, 326 p.

3. Zolotarskiy A. F., Rauzin Ya. R., Shur E. A. *Termicheski uprochnennye rel'sy* [Termally hardened rails]. Moscow, Transport Publ., 1976, 264 p.

4. Kogan A. Ya., Voytov I. O., Levinzon M. A., Gavrilov V. M., Perelshtein A. L. *Vozdeystvie ekipazha na put' pri prostranstvennykh kolebaniyakh podvizhnogo sostava. Opisanie programmy* [Exposure of the carriage to the track with spatial variations of the rolling stock. Program description]. *Informatsionnyy byulleten' VNTI-Tsentr GOSFAP* [Information bulletin of VNTI Center of GOSFAP], 1985, no. 4/67, 40 p.

5. Kogan A. Ya. *Vzaimodeystvie kolea i rel'sa pri kachenii* [The interaction of the wheel and rail during rolling]. *Trenie i smazka v mashinakh i mekhanizmax* [Friction and lubrication in machines and mechanisms], 2008, no. 8, pp. 26–38.

6. Kogan A. Ya., Zagitov E. D., Poleshchuk I. V. *Sluchaynye protsessy vzaimodeystviya puti i podvizhnogo sostava* [Random processes of interaction of the track and rolling stock]. Moscow, RAS Publ., 2016, 208 p.

7. Levin B. R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki* [Theoretical bases of statistical radio engineering]. Moscow, Sovetskoe radio [Soviet radio] Publ., 1969, Vol. 1, pp. 117–118.

ABOUT THE AUTHOR

Alexander Ya. KOGAN,
Dr. Sci. (Eng.), Professor, Chief Researcher, JSC "VNIIZhT"

Received 26.04.2017

Accepted 31.05.2017

■ E-mail: suslov.oleg@vniizht.ru (A. Ya. Kogan)

«Вестник ВНИИЖТ» ГДЕ подписаться?

Подписку на научно-технический журнал «Вестник научно-исследовательского института железнодорожного транспорта» («Вестник ВНИИЖТ») можно оформить в любом почтовом отделении связи по Объединенному каталогу «Пресса России», том 1 или агентствах по распространению печатных изданий «Урал-Пресс», АРЗИ.

Подписной индекс журнала — 70116.

Также можно оформить подписку (годовую и полугодовую) на договорных условиях в редакции. Адрес редакции журнала: 129626, Москва, 3-я Мытищинская ул., д. 10, тел.: +7 (499) 260-43-19, факс: +7 (499) 262-00-70, E-mail: journal@vniizht.ru.

Подписчики стран ближнего и дальнего зарубежья могут подписаться на журнал «Вестник ВНИИЖТ» по каталогам подписного агентства АО «МК-Периодика» (www.periodicals.ru).