

Математическая модель возникновения и развития волнообразного износа рельсов при движении электровоза в режиме тяги в прямых участках пути

А. Я. КОГАН

Акционерное общество «Научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта» (АО «ВНИИЖТ»), Москва, 129626, Россия

Аннотация. Представлена математическая модель возникновения и развития волнообразного износа рельсов. Рассмотрена задача оценки вертикального износа головки рельса под проходящими в режиме тяги осями электровозов. Разработана методика, позволяющая построить цепочку вычислений, определяющих возникновение и развитие волнообразного износа головки рельса. Приведен конкретный пример расчета, иллюстрирующий процесс распространения волны износа от источника его возникновения в направлении движения поездов.

Ключевые слова: волнообразный износ рельсов; износостойкость; сила тяги; коэффициент сцепления; условия боксования; приращение износа; расчетные параметры верхнего строения пути; расчетные параметры ходовой части электровоза; частотные методы исследования колебаний; решение во временной области

Введение. Проблема волнообразного износа рельсов весьма актуальна для железнодорожного транспорта. Для службы локомотивного хозяйства это проблема боксования при движении электровоза в режиме тяги и проблема увеличения длины тормозного пути состава в режиме торможения. Для службы пути это проблема повышенного динамического воздействия подвижного состава на путь в области высоких частот колебаний и проблема «запесочивания» балластной призмы при вынужденной необходимости использования машинистами песка для обеспечения тяги. Проблема волнообразного износа рельсов посвящены многочисленные публикации [1–23].

Износ рельсов при движении электровоза в режиме тяги на руководящем уклоне. Рассмотрим сначала задачу оценки вертикального износа рельсов под проходящим в режиме тяги электровозом в прямом участке пути.

Дифференциал работы сил трения на дифференциале длины рельсовой нити dx составит

$$dA = \frac{F\varepsilon}{2n} dx, \quad (1)$$

где F — сила тяги на крюке электровоза; n — число осей электровоза; ε — процент неупругого скольжения колеса электровоза по рельсу в режиме тяги.

Процент неупругого скольжения ε является одной из двух составляющих известного в литературе и используемого в практике показателя — процента скольжения ε_0 . Его второй составляющей является процент упругого скольжения, который не связан с расходом энергии и не влияет на износы головки рельса и обода колеса [24]. Для условий движения электровоза в режиме тяги на руководящем уклоне процент упругого скольжения составляет величину $\frac{F^*}{2n\alpha_2} - 100\%$, где F^* — сила тяги на крюке электровоза на руководящем уклоне, α_2 — коэффициент продольного крива.

Таким образом, величины ε и ε_0 связаны соотношением

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{F^*}{2n\alpha_2} - 100\%. \quad (2)$$

При одиночном проходе колеса электровоза по дифференциалу длины рельсовой нити дифференциал потерянного на вертикальный износ объема металла составит

$$d\Omega = \Delta S dx, \quad (3)$$

где ΔS — площадь поперечного сечения головки рельса, теряемая при вертикальном износе.

Разделив левую часть равенства (1) на левую часть равенства (2), а правую часть равенства (1) на правую часть равенства (2), получим

$$\frac{dA}{d\Omega} = \frac{F\varepsilon}{2n\Delta S}. \quad (4)$$

Так как отношение затраченной работы на износ к объему потерянного при износе материала представляет собой сопротивление износу C , получим следующую оценку площади сечения головки рельса, теряемой на вертикальный износ при одиночном проходе через заданное сечение пути колесной пары электровоза:

$$\Delta S = \frac{F\varepsilon}{2nC}. \quad (5)$$

■ E-mail: suslov.oleg@vniizht.ru (А. Я. Коган)

Понятие «сопротивление износу» применяется в настоящее время при оценке качества полимерных материалов. По отношению к стали используется понятие «износостойкость», при этом износостойкость C^* определяется как величина, обратная потере массы в образце при износных испытаниях.

Оценка износостойкости рельсов выполнялась в лабораторных условиях при испытаниях на сухой износ образцов диаметром 40 мм и толщиной 4–6 мм, вырезанных вблизи поверхности катания. Испытания проводились на машине Амслера при трении качения с 10% проскальзыванием. В качестве контртела применялись ролики из колесной стали. Износ оценивали по потере массы после $7 \cdot 10^4$ оборотов роликов, прижатых друг к другу силой 0,3–0,7 кН [25].

Сопротивление износу C и износостойкость C^* связаны с точностью до множителя [26], так что

$$C = 5,5 \cdot 10^2 C^* \quad (6)$$

В формуле (6) величина C имеет размерность $\text{Дж}/\text{м}^3 = \text{кН}/\text{мм}^2$, а величина C^* — размерность г^{-1} .

Среднее значение величины износостойкости рельсовой стали может быть принято равным $C^* = 12 \text{ г}^{-1}$ [25].

Таким образом, в первом приближении величина сопротивления износу составит

$$C = 5,5 \cdot 10^2 \cdot 12 = 6,6 \cdot 10^3, \text{ кН}/\text{мм}^2.$$

Следует отметить, что коэффициент, связывающий параметры C и C^* , при высоких нагрузках в контакте колеса и рельса нуждается в более точных и обоснованных расчетах, чем изложено в статье [26].

Формулу (5) можно использовать для получения общей площади поперечного сечения головки рельса, потерянной в данном сечении пути в результате фрикционного взаимодействия локомотивов, движущихся в режиме тяги, и рельса, в прямом участке пути.

Если через Q обозначить величину суммарной вертикальной силы в контакте колеса и рельса

$$Q = Q_{\text{ст}} + Q_{\text{д}}, \quad (7)$$

где $Q_{\text{ст}}$ — статическая нагрузка, передаваемая от колеса на рельс; $Q_{\text{д}}$ — динамическая нагрузка от колеса на рельс, то условия начавшейся пробоксовки определяются соотношением

$$Q \leq \frac{F}{2m\psi_k} \quad (8)$$

где ψ_k — коэффициент сцепления.

Пробоксовка заканчивается при условии полной безгрузки колеса, когда $Q \leq 0$.

Таким образом, боксование возникает в интервале суммарной вертикальной нагрузки от колес на рельс, определяемой неравенством

$$0 \leq Q \leq \frac{F}{2m\psi_k}. \quad (9)$$

Приращение износа головки рельса при проходе одного колеса электровоза при выполнении условия (8) может быть определено по формуле

$$\Delta h = \frac{\Delta S}{b}, \quad (10)$$

где ΔS — приращение площади поперечного сечения головки рельса, теряемой в сечении пути при проходе через это сечение одной колесной пары электровоза; b — ширина полосы поверхности головки рельса, пораженной волнообразным износом, которая в первом приближении может быть принята равной $b = 30$ мм.

Величина ΔS в формуле (10) определяется соотношением

$$\Delta S = \frac{\psi_k Q}{C} \varepsilon, \quad (11)$$

где Q — вертикальная сила в контакте прошедшего через сечение пути колеса электровоза и рельса.

В частном случае при $Q = \frac{F}{2m\psi_k}$ равенство (11) совпадает с выражением (5), а при $Q = 0$ $\Delta S = 0$ (см. рис. 1).

Зависимость $\Delta h = \Delta h(Q)$ в зоне скольжений $0 \leq Q \leq \frac{F}{2m\psi_k}$, приведенной на рис. 1, может быть строго обоснована только по результатам специальных экспериментов.

Подставляя (11) в (10) и учитывая неравенство (9), окончательно получим следующее выражение для приращения износа при проходе одной оси электровоза в режиме тяги, которое эквивалентно приращению неровности на поверхности катания рельса:

$$\Delta \xi = \begin{cases} 0 & \text{при } -\infty < Q < 0; \\ \frac{\psi_k Q}{bC} \varepsilon & \text{при } 0 \leq Q \leq \frac{F}{2m\psi_k}; \\ 0 & \text{при } \frac{F}{2m\psi_k} < Q < \infty. \end{cases} \quad (12)$$

В формуле (12) принято, что колесо имеет непрерывный контакт с рельсом в любой его точке по протяженности пути. При некоторых видах несовершенств поверхности катания рельсов (например, в зоне стыка рельсов) на ней могут возникнуть «мертвые зоны», в которых отсутствует контакт с колесом. Для таких участков следует вводить дополнительное ограничение для величины $\Delta \xi$.

В связи с тем, что накопление волнообразного износа происходит медленно, целесообразно рассматривать приращение износа при проходе по участку группы, в составе которой находятся m осей электро-

возов. При этом вертикальную силу в контакте колеса и рельса (как функцию времени) будем считать одной и той же при проходе по участку любой из осей электровазов, входящих в рассматриваемую группу.

После прохода $N-1$ группы осей электровазов приращение износа составит

$$\Delta\xi_N = \begin{cases} 0 & \text{при } -\infty < Q_{N-1} < 0; \\ \frac{\psi_k Q_{N-1}}{bC} \varepsilon m & \text{при } 0 \leq Q_{N-1} \leq \frac{F}{2m\psi_k}; \\ 0 & \text{при } \frac{F}{2m\psi_k} < Q_{N-1} < \infty, \end{cases} \quad (13)$$

где Q_0 — суммарная вертикальная нагрузка от колеса на рельс при $N=1$, представляющая собой сумму статической и динамической нагрузок.

Волнообразный износ рельса после прохода N групп осей электровазов составит величину

$$\xi_N = \sum_{i=1}^N \Delta\xi_N, \quad (14)$$

где N — число групп осей электровазов, прошедших по участку, совпадающее с номером последней группы.

Математическая модель оценки динамических сил, действующих в контакте колеса и рельса при частичной обезгрузке колеса. Как следует из формулы (12) и иллюстрации к ней на рис. 1, в интервале нагрузок

$0 \leq Q \leq \frac{F}{2m\psi_k}$ взаимодействие колеса и рельса происходит в условиях частичной разгрузки или полной (при $Q=0$) обезгрузки колеса. Для этих условий частотная характеристика динамической системы, на вход которой в подвижной системе координат, движущейся с электровазом со скоростью v , поступает воздействие в виде неровности пути $\xi(t)$, а на выходе фиксируется динамическая сила частичной разгрузки или полной обезгрузки колеса $Q_d(t)$, может быть записана в виде [27]:

$$W_p^*(i\omega) = \frac{1}{W_z^Q(0, i\omega) + \frac{1}{C_k} - W^0(i\omega)}, \quad (15)$$

где $W_z^Q(0, i\omega)$ — частотная характеристика динамической системы, на вход которой в подвижной системе координат u, t , движущейся вместе с нагрузкой, воздействует динамическая сила $Q_d(t)$, а на выходе фиксируется прогиб рельса $z_p^0(u, t)$; $W^0(i\omega)$ — частотная характеристика динамической системы, связывающая вертикальное смещение колеса z с динамической силой $Q_d(t)$ в контакте колеса и рельса; C_k — жесткость в контакте колеса и рельса, определяемая при сближении колесного центра и центра тяжести сечения рельса при действии сжимающей нагрузки.

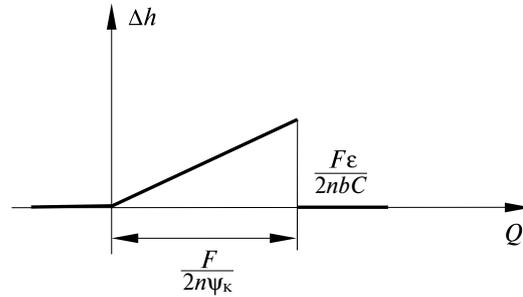


Рис. 1. График зависимости приращения износа от суммарной вертикальной силы в контакте колеса и рельса
Fig. 1. Graph of the dependence of the increment of wear on the total vertical force in the contact of wheel and rail

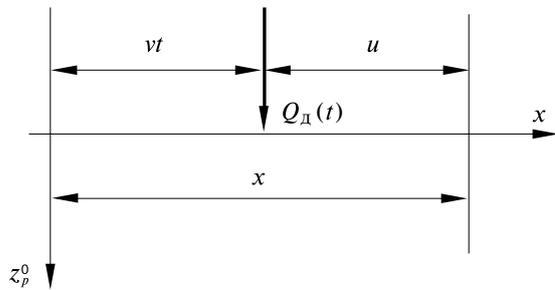


Рис. 2. Система координат для расчета колебаний рельса [27]
Fig. 2. Coordinate system for calculating rail oscillations [27]

На рис. 2 [27] представлена система координат, принятая при расчете колебаний рельса.

Частотная характеристика $W_z^Q(0, i\omega)$, входящая в выражение (15), определяется равенством [27]:

$$W_z^Q(0, i\omega) = C_1 + C_3 = C_2 + C_4, \quad (16)$$

где

$$C_j = \frac{(-1)^{j+1}}{EI_y^0} \prod_{i \neq j} (r_j - r_i)^{-1}, \quad i, j = \overline{1, 4}.$$

В приведенной формуле r_i и r_j — корни характеристического уравнения с комплексными коэффициентами:

$$r^4 + \frac{N^0 + m_z^0 v^2}{EI_y^0} r^2 - \left(\frac{f_z^0 v}{EI_y^0} + \frac{2m_z^0 v \omega}{EI_y^0} i \right) r + \frac{U_z^0 - m_z^0 \omega^2}{EI_y^0} + \frac{f_z^0 \omega}{EI_y^0} i = 0,$$

где E — модуль упругости рельсовой стали; I_y^0 — момент инерции поперечного сечения рельса относительно главной поперечной горизонтальной оси y ; N^0 — продольная сила в рельсе; m_z^0 — распределенная по длине масса рельса и основания при вертикальных колебаниях пути; f_z^0 — распределенное по длине пути демпфирование при вертикальных колебаниях; U_z^0 — модуль упругости подрельсового основания в вертикальной плоскости; v — скорость движения нагрузки.

Частотная характеристика $W^0(i\omega)$ с входом по динамической силе в контакте колеса и рельса и выходом по

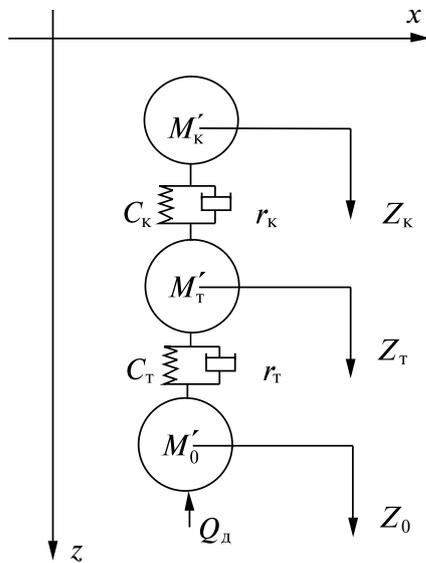


Рис. 3. Расчетная схема колебаний масс кузова, тележки и колесной пары электроваза под воздействием вертикальной силы в контакте колеса и рельса
 Fig. 3. Design scheme of oscillations of the mass of body, bogie and wheelset of an electric locomotive under the influence of vertical force at the contact of wheel and rail

вертикальному смещению колеса электроваза в первом приближении может быть сформирована в соответствии с расчетной схемой, представленной на рис. 3.

На этой схеме через M'_k обозначена масса кузова электроваза, приходящаяся на одно колесо

$$M'_k = \frac{M_k}{2n},$$

где M_k — общая масса кузова электроваза; через M'_T обозначена сумма массы тележки и части массы колесно-моторного блока, связанной с рамой тележки, приходящейся на одно колесо электроваза; через M'_0 — сумма массы колесной пары и части массы колесно-моторного блока, связанной с осью электроваза, приходящейся на одно колесо.

На рис. 3 через C_T и C_k обозначены жесткости рессорных комплектов первой и второй ступеней подвешивания, приходящиеся на одно колесо, а через r_T и r_k коэффициенты демпфирования колебаний в первой и второй ступенях подвешивания, приходящиеся на одно колесо.

Колебания динамической системы, изображенной на рис. 3, описываются следующей линейной системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} M'_k \ddot{Z}_k + r_k (\dot{Z}_k - \dot{Z}_T) + C_k (Z_k - Z_T) = 0; \\ M'_T \ddot{Z}_T + r_k (\dot{Z}_T - \dot{Z}_k) + r_T (\dot{Z}_T - \dot{Z}_0) + \\ + C_k (Z_T - Z_k) + C_T (Z_T - Z_0) = 0; \\ M'_0 \ddot{Z}_0 + r_T (\dot{Z}_0 - \dot{Z}_T) + C_T (Z_0 - Z_T) = -P_d. \end{cases}$$

Применяя к приведенной системе дифференциальных уравнений преобразование Фурье, исключая из полученной системы алгебраических уравнений фурье-образы переменных Z_k и Z_T , получим следующее выражение для частотной характеристики $W^0(i\omega)$, связывающей динамическую силу в контакте колеса и рельса Q_d с вертикальным смещением колеса Z_0

$$W^0(i\omega) = \frac{1}{\frac{AD^2}{AR - B^2} - E^*}. \quad (17)$$

В формулу (17) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A &= -\omega^2 M'_k + i\omega r_k + C_k; \\ B &= i\omega r_k + C_k; \\ R &= -\omega^2 M'_T + i\omega r_k + C_k + i\omega r_T + C_T; \\ D &= i\omega r_T + C_T; \\ E^* &= -\omega^2 M'_0 + i\omega r_T + C_T. \end{aligned}$$

На рис. 4 приведены модуль (АЧХ) и аргумент (ФЧХ) частотной характеристики $W_p^*(i\omega)$, вычисленные по формулам (15), (16) и (17) при следующих параметрах верхнего строения пути и расчетных параметрах ходовых частей электроваза:

$$\begin{aligned} E &= 2,1 \cdot 10^{12} \text{ Н/м}^2; & I_y^0 &= 2,011 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4; \\ m_z^0 &= 940 \text{ кг/м}; & f_z^0 &= 6 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{с/м}; \\ M'_k &= 6700 \text{ кг}; & M'_T &= 4126,25 \text{ кг}; \\ C_k &= 1,335 \cdot 10^6 \text{ Н/м}; & C_T &= 1,52 \cdot 10^6 \text{ Н/м}; \\ r_k &= 1,82 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{с/м}; & r_T &= 1,51 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{с/м}; \\ N^0 &= 0; & M'_0 &= 688,75 \text{ кг}; \\ U_z^0 &= 3,4 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2; & C_k^0 &= 5 \cdot 10^8 \text{ Н/м}. \end{aligned}$$

Скорость движения электроваза принята равной $v = 40$ км/ч.

Как уже указывалось ранее, частотная характеристика $W_p^*(i\omega)$ введена для исследования динамических процессов, протекающих при частичной разгрузке или полной обезгрузке колес. Наряду с этой характеристикой для условий перегрузки колеса динамическими силами по отношению к его статической нагрузке Q_{ct} необходимо использовать частотную характеристику $W_p(i\omega)$.

Частотные характеристики $W_p(i\omega)$ и $W_p^*(i\omega)$ имеют один и тот же модуль $|W_p(i\omega)| = |W_p^*(i\omega)|$, однако аргумент $W_p^*(i\omega)$ сдвинут по отношению к аргументу $W_p(i\omega)$ на полпериода.

С учетом указанного можно записать:

$$W_p(i\omega) = \frac{1}{W^0(i\omega) - W_z^Q(0, i\omega) - \frac{1}{C_k^0}}. \quad (18)$$

Введем в рассмотрение частотную характеристику с входом по второй производной по времени от неровности $\ddot{\xi}(t)$ и выходом по динамической силе $Q_d(t)$.

Так как в области преобразований Фурье дифференцирование эквивалентно умножению изображений на $i\omega$, получим следующее выражение для такой частотной характеристики (Ч.Х.) [27].

$$W_Q(i\omega) = \frac{1}{\omega^2 \left[W_z^Q(0, i\omega) + \frac{1}{C_k} - W^0(i\omega) \right]} \quad (19)$$

Для исследования ударных процессов, происходящих в динамической системе, движение колеса и рельса следует рассматривать с учетом временного разрыва их кинематической связи, при этом принципиальное значение приобретает скорость сближения входящих в контакт точек колеса и рельса (импульс ускорений сближения в момент удара).

Сближение указанных точек определяется разностью вертикальных перемещений колеса и рельса (но не разностью перемещений рельса и колеса), так что импульсная переходная функция, определяющая силу удара, может быть получена обратным преобразованием Фурье частотной характеристики $W_Q(i\omega)$, взятой с обратным знаком

$$h_y(t) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_Q(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (20)$$

На рис. 5 приведена импульсная переходная функция $h_y(t)$, вычисленная по формулам (19) и (20) при тех же исходных параметрах, что и Ч.Х. $W_p^*(i\omega)$.

Причины возникновения волнообразного износа рельсов. Следует отметить, что до настоящего времени не устарели выводы комиссии по изучению волнообразного износа рельсов трамвайных путей, опубликованные в «Трамвайном бюллетене» в 1929 г.

Работа этой комиссии свелась к изучению трех основных проблем: определение качества рельсовой стали, наиболее сопротивляющейся износу; установление причин износа, зависящих от подвижного состава; анализ влияния состояния пути на появление и развитие волн. Комиссия указала, что большое влияние на развитие волн оказывают изношенные стыки. Обычно у дефектного стыка появляется первая волна, которая распространяется в направлении хода трамвайных вагонов. Поэтому комиссия рекомендовала следить за состоянием стыков, устраняя дефекты, и поддерживать гладкость поверхности катания рельсов.

Волнообразный износ начинается от сечения рельсовой нити, в котором возникает ударное воздействие колеса на рельс, приводящее сначала к значительной перегрузке, а затем к полной обезгрузке

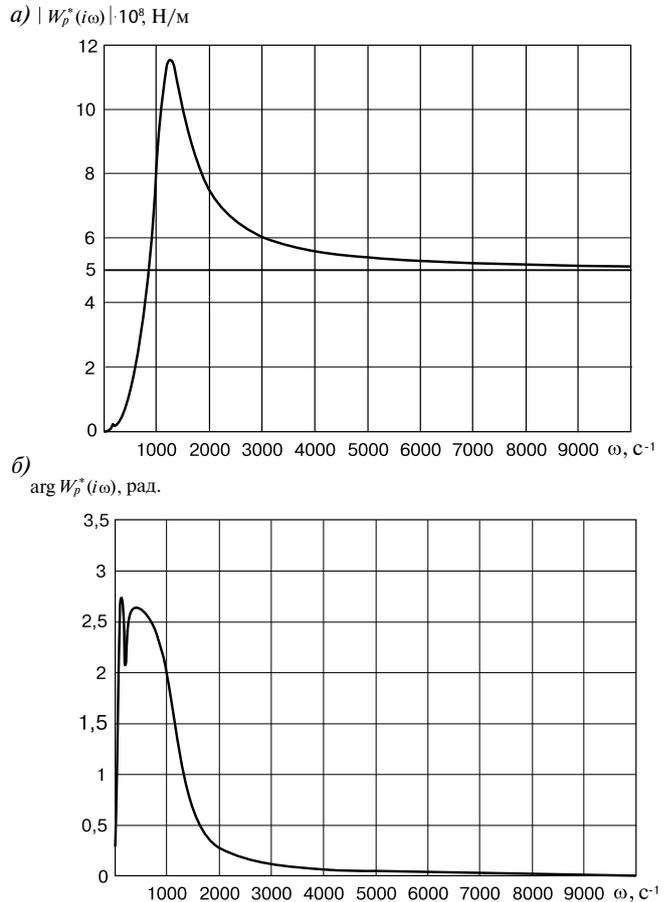


Рис. 4. Частотная характеристика $W_p^*(i\omega)$: а — амплитудно-частотная; б — фазово-частотная
Fig. 4. Frequency response $W_p^*(i\omega)$: а — amplitude-frequency; б — phase-frequency

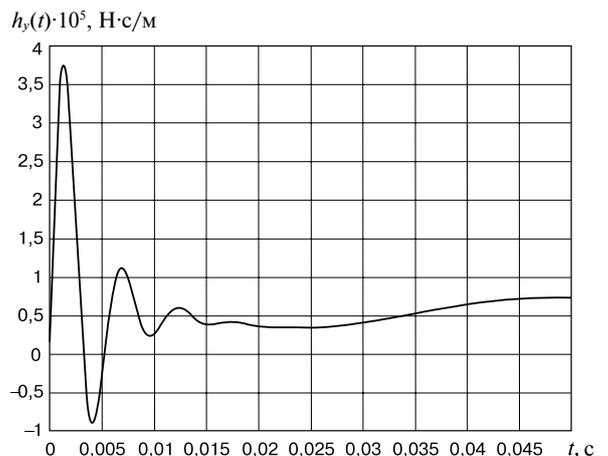


Рис. 5. Импульсная переходная функция силы удара в контакте колеса и рельса
Fig. 5. Impulse transient function of the force of impact in the contact of wheel and rail

этого колеса. В качестве источника такого ударного воздействия может быть стык со значительным зазором или ступенькой вниз по ходу движения электроваза, а также сварной стык.

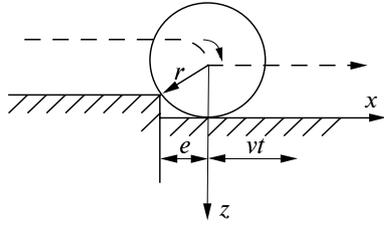


Рис. 6. Движение колеса по несовершенству поверхности катания рельса типа «стык — ступенька вниз»
Fig. 6. Motion of the wheel on the imperfection of the surface of the rolling of “joint — step down” type

Здесь мы рассмотрим пример взаимодействия колеса и рельса при проходе колесом стыка с нулевым зазором и ступенькой вниз по ходу движения электровоза размером $\delta = 2$ мм. Расчетная схема для определения суммарных сил, действующих на путь от колеса (радиусом r), движущегося по рельсу, при несовершенстве поверхности катания рельса типа «стык — ступенька вниз», приведена на рис. 6.

Для указанного несовершенства поверхности катания можно воспользоваться формулой, определяющей суммарную силу в контакте колеса и рельса, вызываемую этим несовершенством [28]:

$$Q_0 = Q_{ст} + Q_{д1} + Q_{д2} + Q_{д3}, \quad (21)$$

где

$$Q_{д1} = -\frac{v^2}{r} \int_{-\frac{e}{v}}^t h_y(t-\tau) d\tau;$$

$$Q_{д2} = v \frac{e}{r} h_y(t);$$

$$Q_{д3} = \frac{v^2}{r} \int_0^t h_y(t-\tau) d\tau.$$

График функции (21) приведен на рис. 7.

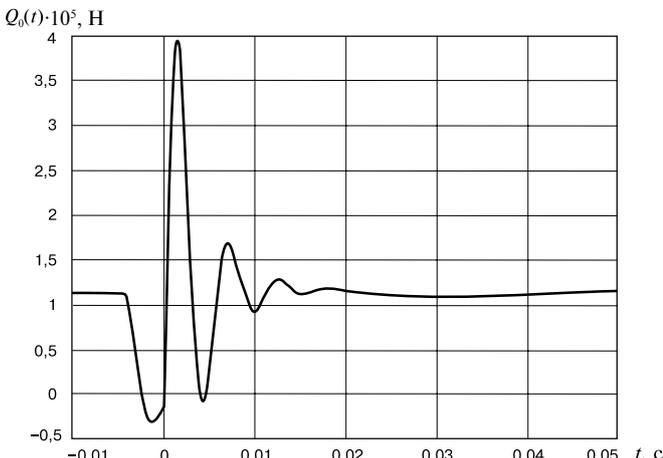


Рис. 7. Суммарная вертикальная сила в контакте колеса и рельса, вызываемая несовершенством поверхности катания рельса типа «стык — ступенька вниз»

Fig. 7. Total vertical force at the contact of wheel and rail caused by the imperfection of the rolling surface of the “joint — step-down” type

Динамика развития волнообразного износа рельсов.
Суммарная вертикальная сила в контакте колеса и рельса после прохода N групп осей локомотивов составит

$$Q_N = Q_0 + \int_{-\infty}^t h_p^*(t-\tau) \xi_N(\tau) d\tau, \quad (22)$$

где $Q_0 = Q_0(t)$ — суммарная сила, определяемая формулой (21).

В выражении (22) функция $\xi_N(t)$ представляет собой износ поверхности катания рельса, фиксируемый в подвижной системе координат, движущейся вместе с электровозом.

Этот износ одновременно является вызванной им неровностью поверхности катания рельса. В выражение (22) введена также импульсная переходная функция $h_p^*(t)$ динамической системы, на вход которой в подвижной системе координат поступает воздействие в виде неровности пути $\xi_N(t)$, а на выходе фиксируется динамическая сила разгрузки или полной обезгрузки колеса.

Формально импульсная переходная функция $h_p^*(t)$ может быть получена обратным преобразованием Фурье Ч.Х. $W_p^*(i\omega)$, определяемой формулой (15). Однако непосредственное применение операции обратного преобразования Фурье к функции $W_p^*(i\omega)$ невозможно, в связи с тем, что $W_p^*(\infty) = C_k^0 \neq 0$. Для того чтобы обойти эту трудность, представим Ч.Х. $W_p^*(i\omega)$ в виде следующей суммы:

$$W_p^*(i\omega) = W_p^0(i\omega) + C_k^0, \quad (23)$$

где

$$W_p^0(i\omega) = W_p^*(i\omega) - C_k^0.$$

В отличие от Ч.Х. $W_p^*(i\omega)$ Ч.Х. $W_p^0(i\omega)$ допускает применение обратного преобразования Фурье:

$$h_p^0(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_p^0(i\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (24)$$

График функции $h_p^0(t)$ представлен на рис. 8.

Учитывая известное соотношение

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} d\omega = \delta(t),$$

где $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака, получим следующее выражение для импульсной переходной функции $h_p^*(t)$, входящей в (22)

$$h_p^*(t) = h_p^0(t) + C_k^0 \delta(t). \quad (25)$$

Подставляя (25) в (22) и учитывая равенство

$$\int_{-\infty}^t \delta(t-\tau) \xi_N(\tau) d\tau = \xi_N(t),$$

получим следующий результат:

$$Q_N = Q_0 + \int_{-\infty}^t h_p^0(t-\tau)\xi_N(\tau)d\tau + C_k^0 \xi_N(t). \quad (26)$$

Формулы (12), (13) и (20) позволяют построить цепочку вычислений, определяющих возникновение и развитие волнообразного износа головки рельса.

При проходе по участку первой группы осей электровозов приращение волнообразного износа $\Delta\xi_1$ определяется условиями проскальзывания колес при их обезгрузке, вызываемой только ударными процессами, обусловленными несовершенством поверхности катания рельса в определенном сечении пути (в рассматриваемой задаче при $x = 0$).

Расчет величины $\Delta\xi_1$ следует проводить по формуле (13) при $Q_{N-1} = Q_0$, а расчет величины $\xi_1 = \Delta\xi_1$ по выражению (14). Далее по формуле (26) может быть определена величина $Q_1(t)$. Величина $\Delta\xi_2$ по прежнему определяется формулой (13). Дальнейший ход вычислений продолжается по такой же схеме.

На рис. 9 представлен график волнообразного износа рельса после прохода $N = 5 \cdot 10^6$ осей электровозов с двумя различными масштабами времени в подвижной системе координат, связанной с движущимся электровозом, и двумя различными масштабами протяженности пути в неподвижной системе координат, связанной с путевой инфраструктурой.

Количество пропущенных в режиме тяги осей электровозов, определяющее характер развития волнообразного износа рельсов, приведенное в данной статье, дано исключительно для того, чтобы было отчетливо виден переходный процесс изменения формы неровности поверхности катания рельса от идеально гладкой (начиная от сечения зарождения волнообразного износа) к поверхности, имеющей периодически повторяющиеся рифли; обратный переходный процесс изменения формы поверхности катания рельса от содержащей периодически повторяющиеся рифли к гладкой поверхности, а также для того, чтобы четко представлять установившийся стационарный процесс продвижения волнообразного износа в направлении движения поездов.

В рассмотренном примере расчет износа произведен при следующих значениях параметров, характеризующих условия фрикционного взаимодействия колеса и рельса в зоне их контакта:

$$F = 512 \text{ кН}; n = 8; \psi_k = 0,3;$$

$$\alpha_2 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ кН}; \epsilon_0 = 5 \text{ \%}.$$

Приведенные графики позволяют оценить качественную картину процессов зарождения и развития волнообразного износа рельсов.

В частности, график, представленный на рис. 9, а, показывает, что процесс волнообразного износа происходит в интервалы времени, исчисляемые деся-

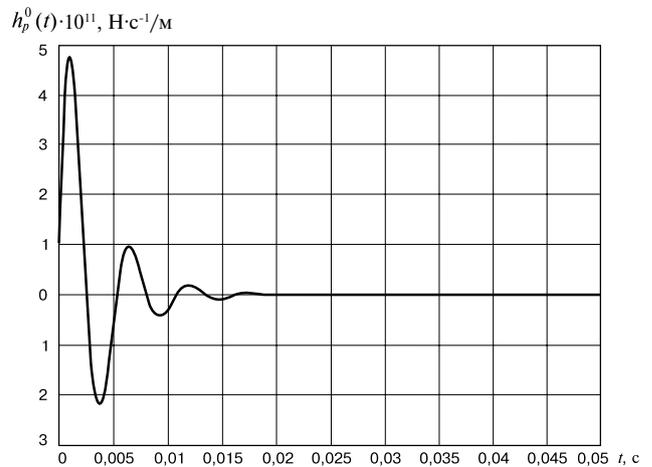
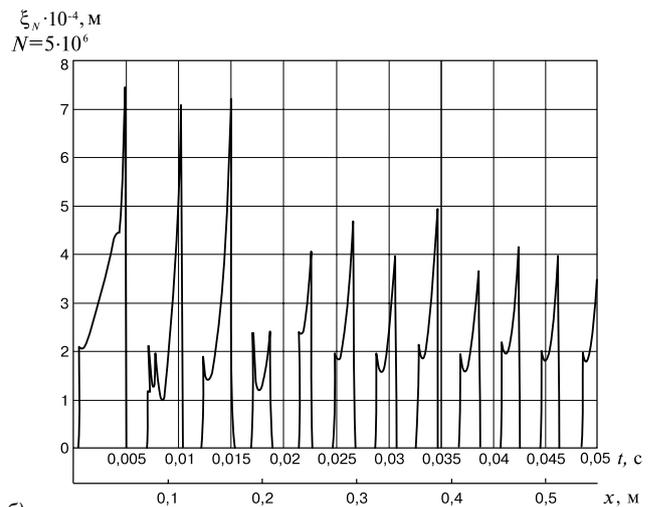


Рис. 8. График функции $h_p^0(t)$

Fig. 8. Function graph $h_p^0(t)$

а)



б)

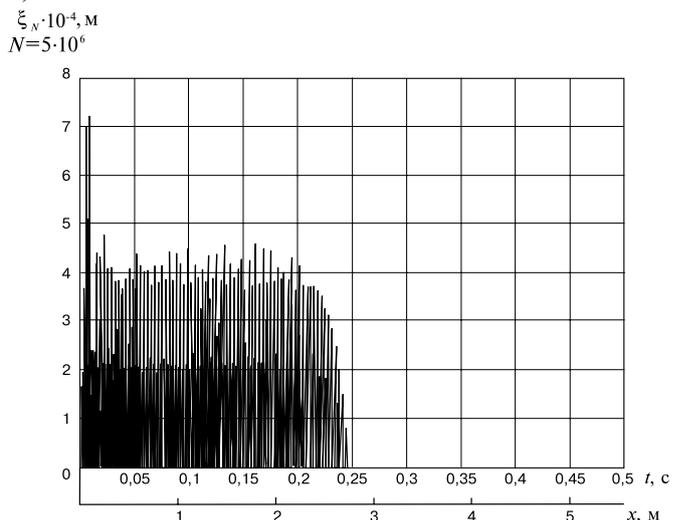


Рис. 9. График волнообразного износа рельса после прохода $N = 5 \cdot 10^6$ осей электровозов:

а — на длине $x = 0,5$ м; б — на длине $x = 3$ м

Fig. 9. Graph of wave-shaped rail wear after the passage

of $N = 5 \cdot 10^6$ axes of electric locomotives:

а — at length $x = 0,5$ m; б — at length $x = 3$ m

тысячными долями секунды. Износ в такие малые интервалы времени возможен только при очень быстром реагировании двигателя на резкое падение нагрузки. Первые сложности, связанные с появлением волнообразного износа, появились в начале прошлого века при введении на городских железных дорогах трамваев, оборудованных серийными двигателями, у которых число оборотов якоря резко возрастает при уменьшении крутящего момента.

На XVII Международном конгрессе железных дорог, проходившем в конце 1958 г. в Мадриде [22], обсуждался вопрос о волнообразном износе рельсов. Конгресс отметил различные типы волнообразного износа, которые могут быть разделены на две группы: а) волнообразный износ с малыми волнами, длиной 0,02–0,08 м (наиболее часто встречающийся — 0,043 м) и глубиной от 0,12 мм (максимум 0,4 мм); б) волнообразный износ с большими волнами, при котором длина волны колеблется от 0,1 до 2 м, а ее глубина доходит до 5 мм.

В данной статье рассмотрен случай волнообразного износа первой группы с длиной волны 0,045 м и глубиной 0,4 мм.

Заключение. Разработанная математическая модель позволяет определить зарождение и развитие волнообразного износа рельса при проходе по прямому участку пути множества электровозов в режиме тяги с одними и теми же параметрами ходовой части. В кривых участках пути процесс развития волнообразного износа для наружной и внутренней нитей кривой происходит с различной интенсивностью. Это связано с тем, что в зависимости от радиуса кривой, возвышения наружного рельса и скорости движения электровоза обезгрузка колес, движущихся по наружной и внутренней нитям кривой, будет различной.

Анализ графиков, приведенных на рис. 9, а и 9, б, показывает, что в результате фрикционного взаимодействия колес электровозов и рельсовой нити (в режиме тяги) на поверхности катания последней возникает близкая к периодической (в подвижной системе координат) неровность. Эта неровность вызывает высокочастотные колебания не только колес электровозов, но и колес вагонов и приводит к возникновению значительных контактных напряжений на поверхности катания рельсов в зонах перехода от неизношенной поверхности катания к изношенной и наоборот. В свою очередь, значительные контактные напряжения в указанных зонах способствуют сглаживанию неровностей и приведению их к виду плавной волны.

Конкретный пример расчета, описанный в статье, позволяет сделать следующие выводы:

1. Волнообразный износ первично возникает при ударном взаимодействии колеса электровоза, движущегося в режиме тяги, и рельсовой нити, имеющей

несовершенства поверхности катания. Такими несовершенствами в числе прочих могут являться стык со значительным зазором или ступенькой вниз по ходу движения электровоза, а также сварной стык с дефектом 46.3-4.

2. Длина волны волнообразного износа рельсов, ее конфигурация и амплитуда основного тона определяются в основном совместными колебаниями колесно-моторного блока электровоза и путевой инфраструктуры в области колебаний высоких частот (120–180 Гц).

3. Многовариантные расчеты показали, что в установленном режиме скорость продвижения волнообразного износа рельсов в направлении движения поездов (как функция числа прошедших в режиме тяги осей электровозов) прямо пропорциональна вертикальной нагрузке в контакте колеса и рельса в зоне скольжений $0 \leq Q \leq \frac{F}{2m\psi_k}$, обратно пропорциональна сопротивлению износа C и существенно зависит от параметров ходовой части электропоезда и верхнего строения пути.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихомиров К. В. Волнообразный износ рельсов // Журнал Министерства путей сообщения. 1905. № 8. С. 90–101; Его же. К вопросу о волнообразном износе рельсов // Журнал Министерства путей сообщения. 1906. № 6. С. 93–98.
2. Шереметьевский М. Новейшие данные по вопросу о волнообразном износе рельсов // Железнодорожное дело. 1913. № 6. С. 25–28; 1913. № 10. С. 60–62.
3. Целибеев П. Волнообразный износ рельсов // Трамвайный бюллетень. 1929. № 12 (36). С. 1–3.
4. Лиходзиевский К. Ф. К вопросу о волнообразном износе рельсов // Трамвайный бюллетень. 1929. № 11 (35). С. 6–10.
5. Шестопалов В. И. О волнообразных неровностях на рельсах железных дорог // Техника железных дорог. 1956. № 3. С. 27–30.
6. Fink M. Die Entstehung den Schienenriffeln der Stand der Riffelforschung nach rund 60 Jahren // Glasers Annalen. 1953. Heft 11. P. 12.
7. Fink M. Die riffelfreie Schiene, das riffelfreie Wälzlager // Glasers Annalen. 1957. No. 11. No. 2. P. 36–49; 1957. No. 111. No. 3. P. 91–94.
8. Schramm G. Eisenbahnschienen // Jahrbuch des Eisenbahnwesens. 1956. Folge 7. S. 63–83.
9. Prister G. Betrachtungen über Schienen riffeln // Eisenbahntechnische Rundschau. 1956. No. 5. S. 179–182.
10. Resemeyer H. Die Untersuchung über Riffelschienen // Die Bundesbahn. 1954. No. 5.
11. Cramer R. E. Cause and cure of rail corrugations // Railway Engineering and Maintenance. 1946. No. 6. P. 634.
12. Cramer R. E. Second progress report on corrugated rails // Bulletin AREA. 1947. No. 465. P. 729–733.
13. Cramer R. E. Third progress report on corrugated rails // Bulletin AREA. 1948. No. 472. P. 428–429.
14. Morgan H. H. Rail corrugation. Analysis of the causes based on the electrical railway // Bulletin AREA. 1941. No. 425. P. 17–23.
15. Causes of corrugated rails // Railway Engineering and Maintenance. 1947. No. 10. P. 998.
16. Schneider E. Über der Verlagerung der Seigerungsone beim Walzen // Stahl und Eisen. 1953. No. 7. S. 425.

17. Spaderna K. C. Das Rätsel der Riffeln auf Eisenbahnschienen // *Glaser's Annalen*. 1955. Heft 2. S. 42.

18. Dressler A. Neue Theorie über die Ursache der Riffelbildung auf Fahrflächender Eisenbahnschienen // *Eisenbahn Technische Rundschau*. 1954. Heft 10. S. 433.

19. Chartet M. L'usure ondulatoire a grandes ondes des rails // *Revue Generale des Chemins de Fer*. 1952. No. 6.

20. Krabbendam G. Js rail corrugation due to internal stresses? // *Monthly Bulletin of the international Railway Congress Association*. 1958, March. Vol. XXXY. No. 3. P. 411–428.

21. Vógan N. C. Experience obtained concerning the undulatory wear of rails // *Bulletin of the International Railway Congress Association*. 1958. Vol XXXL. No. 5. P. 747.

22. Conclusions adoptées a la XVIIe Session de L'Association Internationale du Congress des Chemins de Fer. (Madrid, 1958) // *Bulletin de L'Association Internationale du Congress des Chemins de Fer*. 1958. No. 11. P. 1609–1651.

23. Смирнова М. Б. К вопросу о волнообразном износе рельсов // *Труды МИИТ*. 1959. Вып. 120. С. 147–178.

24. Коган А. Я. Взаимодействие колеса и рельса при качении // *Трение и смазка в машинах и механизмах*. 2008. № 8. С. 26–38.

25. Золотарский А. Ф., Раузин Я. Р., Шур Е. А. Термически упрочненные рельсы. М.: Транспорт, 1976. С. 161–162.

26. Коган А. Я. Оценка интенсивности бокового и вертикального износов рельсов под проходящими поездами // *Вестник ВНИИЖТ*. 2017. Т. 76. № 3. С. 138–145. DOI: <http://dx.doi.org/10.21780/2223-9731-2017-76-3-138-145>.

27. Коган А. Я. Динамика пути и его взаимодействие с подвижным составом. М.: Транспорт, 1997. 326 с.

28. Коган А. Я., Никитин Д. А., Полещук И. В. Колебания пути при высоких скоростях движения экипажей и ударном взаимодействии колеса и рельса. М.: Интекст, 2007. С. 132–133.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

КОГАН Александр Яковлевич,

д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник, научный центр «Путевая инфраструктура и вопросы взаимодействия колеса — рельс» (НЦ «ЦПРК»), АО «ВНИИЖТ»

Статья поступила в редакцию 05.03.2019 г., принята к публикации 17.05.2019 г.

Mathematical model of the formation and development of wave-shaped rail wear when an electric locomotive operates in the traction mode in tangent sections of the track

A. Ya. KOGAN

Joint Stock Company "Railway Research Institute" (JSC "VNIIZhT"), Moscow, 129626, Russia

Abstract. The problem of wave-shaped rail wear is highly relevant for rail transport. The paper presents a mathematical model of the formation and development of wave-shaped rail wear. The task of estimating vertical wear of the rail head under the axles of electric locomotives passing in the traction mode is considered. A technique has been developed that allows building chain of calculations that determine the formation and development of a wave-shaped rail head wear. A specific calculation example is given, illustrating the process of propagation of a wave-shaped wear from the source of its formation in the direction of train motion. An example of the calculation allows drawing the following conclusions:

1. Wave-shaped wear primarily occurs when the shock interaction of the wheel of an electric locomotive moving in the traction mode and a rail thread having imperfections of the rolling surface. Such imperfections, among others, may be a joint with a significant gap or a "step down" in the direction of the locomotive, as well as a welded joint with defect 46.3-4.

2. Wavelength of the wave-shaped rail wear, its configuration and amplitude of the fundamental tone are determined mainly by joint oscillations of the wheel-motor unit of the locomotive and the track infrastructure in the field of high-frequency oscillations (120–180 Hz).

3. Multivariate calculations showed that in steady state, the distribution speed of wave-shaped rail wear in the direction of train motion (as a function of the number of axles of electric locomotives passed in traction mode) is directly proportional to the vertical load

at the wheel and rail contact in the slip zone $0 \leq Q \leq \frac{F}{2m\psi_k}$, is inversely

proportional to wear resistance C and significantly depends on the parameters of the undercarriage of the electric train and the track superstructure.

Keywords: wave-shaped rail wear; wear resistance; traction force; friction coefficient; slipping conditions; increment of wear; design parameters of the superstructure; design parameters of the carriage of the locomotive; frequency oscillation research methods; time domain solution

DOI: <http://dx.doi.org/10.21780/2223-9731-2019-78-3-131-140>

REFERENCES

1. Tihomirov K. V. *Volnoobraznyy iznos rel'sov* [Wave-shaped wear of rails]. *Zhurnal Ministerstva putej soobshcheniya* [Journal of the Ministry of Railways], 1905, no. 8, pp. 90–101. Idem. *K voprosu o volnoobraznom iznose rel'sov* [On the issue of wave-shaped rail wear]. *Zhurnal Ministerstva putej soobshcheniya* [Journal of the Ministry of Railways], 1906, no. 6, pp. 93–98.

2. Sheremet'evskiy M. *Noveyshie dannye po voprosu o volnoobraznom iznose rel'sov* [Latest data on the wave-shaped wear of rails]. *Zheleznodorozhnoe delo* [Railway issues], 1913, no. 6, pp. 25–28; 1913, no. 10, pp. 60–62.

3. Tselibeev P. *Volnoobraznyy iznos rel'sov* [Wave-shaped wear of rails]. *Tramvaynyy byulleten'* [Tram Bulletin], 1929, no. 12 (36), pp. 1–3.

4. Likhodzievskiy K. F. *K voprosu o volnoobraznom iznose rel'sov* [On the issue of wave-shaped worn rails]. *Tramvaynyy byulleten'* [Tram Bulletin], 1929, no. 11, pp. 6–10.

5. Shestopalov V. I. *O volnoobraznykh nerovnostyakh na rel'sakh zheleznykh dorog* [On the undulating irregularities on the rails of railways]. *Tekhnika zheleznykh dorog* [Railway engineering], 1956, no. 3, pp. 27–30.

6. Fink M. *Die Entstehung den Schienenriffeln der Stand der Riffelforschung nach rund 60 Jahren*. *Glaser's Annalen*, 1953, Heft 11, p. 12.

7. Fink M. *Die riffelfreie Schiene, das riffelfreie Wälzlager*. *Glaser's Annalen*, 1957, no. 11, no. 2, pp. 36–49; 1957, no. 111, no. 3, pp. 91–94.

8. Schramm G. *Eisenbahnschienen*. *Jahrbuch des Eisenbahnwesens*, 1956, Folge 7, pp. 63–83.

9. Prister G. *Betrachtungen über Schienen riffeln*. *Eisenbahntechnische Rundschau*, 1956, no. 5, pp. 179–182.

10. Resemeyer H. *Die Untersuchung über Riffelschienen*. *Die Bundesbahn*, 1954, no. 5.

11. Cramer R. E. *Cause and cure of rail corrugations*. *Railway Engineering and Maintenance*, 1946, no. 6, p. 634.

12. Cramer R.E. *Second progress report on corrugated rails*. Bulletin AREA, 1947, no. 465, pp. 729–733.

13. Cramer R.E. *Third progress report on corrugated rails*. Bulletin AREA, 1948, no. 472, pp. 428–429.

14. Morgan H.H. *Rail corrugation. Analysis of the causes based on the electrical railway*. Bulletin AREA, 1941, no. 425, pp. 17–23.

15. *Causes of corrugated rails*. Railway Engineering and Maintenance, 1947, no. 10, p. 998.

16. Schneider E. *Über der Verlagerung der Seigerungszone beim Walzen*. Stahl und Eisen, 1953, no. 7, p. 425.

17. Spaderna K.C. *Das Rätsel der Riffeln auf Eisenbahnschienen*. Glaser's Annalen. 1955, Heft 2, p. 42.

18. Dressler A. *Neue Theorie über die Ursache der Riffelbildung auf Fahrflächender Eisenbahnschienen*. Eisenbahn Technische Rundschau, 1954, Heft 10, p. 433.

19. Chartet M. *L'usure ondulatoire a grandes ondes des rails*. Revue Generale des Chemins de Fer, 1952, no. 6.

20. Krabbendam G. *Is rail corrugation due to internal stresses?* Monthly Bulletin of the international Railway Congress Association, 1958, March, Vol. XXXY, no. 3, pp. 411–428.

21. Vogan N.C. *Experience obtained concerning the undulator wear of rails*. Bulletin of the International Railway Congress Association, 1958, Vol. XXXL, no. 5, p. 747.

22. *Conclusions adoptées a la XVIIe Session de L'Association Internationale du Congress des Chemins de Fer* (Madrid, 1958). Bulletin de L'Association Internationale du Congress des Chemins de Fer, 1958, no. 11, pp. 1609–1651.

23. Smirnova M.B. *K voprosu o volnoobraznom iznose rel'sov* [On the question of the wave-shaped wear of rails]. Trudy MIIT [Proceedings of MIIT], 1959, no. 120, pp. 147–178.

■ E-mail: suslov.oleg@vniizht.ru (A. Ya. Kogan)

24. Kogan A. Ya. *Vzaimodeystviye koleza i rel'sa pri kachenii* [Wheel and rail interaction when rolling]. Treniye i smazka v mashinakh i mekhanizmkh [Friction and lubrication in machines and mechanisms], 2008, no. 8, pp. 26–38.

25. Zolotarskiy A. F., Rauzin Ya. R., Shur E. A. *Termicheski uprochnennyye rel'sy* [Thermally hardened rails]. Moscow, Transport Publ., 1976, pp. 161–162.

26. Kogan A. Ya. *Otsenka intensivnosti bokovogo i vertikal'nogo iznosov rel'sov pod prokhodyashchimi poezdami* [Evaluation of the intensity of lateral and vertical wear of rails under passing trains]. Vestnik VNIIZhT [Vestnik of the Railway Research Institute], 2017, Vol. 76, no. 3, pp. 138–145. DOI: <http://dx.doi.org/10.21780/2223-9731-2017-76-3-138-145>.

27. Kogan A. Ya. *Dinamika puti i ego vzaimodeystvie s podvizhnym sostavom* [Dynamics of the track and its interaction with rolling stock]. Moscow, Transport Publ., 1997, 326 p.

28. Kogan A. Ya., Nikitin D. A., Poleshchuk I. V. *Kolebaniya puti pri vysokikh skorostyakh dvizheniya ekipazhey i udarnom vzaimodeystvii koleza i rel'sa* [Track oscillations at high speeds of the crews and impact interaction of the wheel and the rail]. Moscow, Intext Publ., 2007, pp. 132–133.

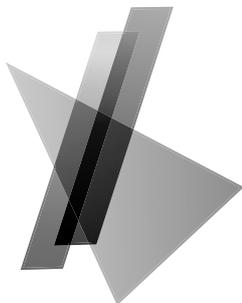
ABOUT THE AUTHOR

Alexander Ya. KOGAN,

Dr. Sci. (Eng.), Professor, Chief Researcher, Scientific Center "Track infrastructure and wheel – rail interaction issues" (SC "TsPRK"), JSC "VNIIZhT"

Received 05.03.2019

Accepted 17.05.2019



IV Международный форум и выставка

Интеллектуальные транспортные системы России

Цифровая эра транспорта

25-26 сентября 2019 г.

Москва, Holiday Inn Sokolniki

www.itsrussiaforum.ru

6+

реклама

Организатор:



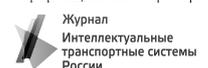
Официальный партнер:



Партнер:



Стратегический информационный партнер:



Генеральные информационные партнеры:



Оператор:

По вопросам участия обращайтесь в оргкомитет форума и выставки по тел.: +7 (495) 766-51-65 и e-mail: info@itsrussiaforum.ru