

Проверка адекватности методики генерации случайного процесса возмущения колебаний рельсовых экипажей по импульсной характеристике формирующего фильтра

А. Н. САВОСЬКИН, Н. С. ЛАВЛИНСКАЯ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет транспорта» (ФГАОУ ВО «РУТ» (МИИТ)), Москва, 127994, Россия

Аннотация. Обычно для исследования колебаний рельсовых экипажей в качестве возмущения принимают эквивалентную геометрическую неровность пути, полученную в результате обработки записей путеизмерительного вагона. Такая запись содержит определенный набор длин волн неровностей, например: 50, 25 и 12,5 м. Однако при ее использовании для имитации возмущений при различных скоростях движения этим длинам волн будут соответствовать частоты, зависящие от заданной скорости движения, что недопустимо, так как для возбуждения колебаний всех тел, входящих в состав экипажа, необходим стабильный диапазон частот от 0,2 до 10 Гц. Для исключения этого недостатка в ранее опубликованных работах предлагалось выполнять генерацию случайного процесса геометрической неровности для заданной скорости движения, изменяя набор длин волн, входящих в состав неровности.

В настоящей работе на основе исследования случайных колебаний упрощенной модели рельсового экипажа как системы с одной степенью свободы произведена проверка адекватности методики генерации случайного процесса возмущения, выполненная двумя способами. В первом способе установлено, что характеристики случайных колебаний такой модели, полученные во временной области на основе численного интегрирования уравнения движения при задании сгенерированного возмущения, имеют удовлетворительную сходимость с аналогичными характеристиками, найденными частотным методом по формуле Шеннона. Во втором способе проверки по сгенерированной реализации возмущения и полученной численным интегрированием реализации процесса колебаний были определены взаимная корреляционная функция и взаимная спектральная плотность между возмущением и колебаниями подпрыгивания. Затем по методике идентификации динамической системы были найдены экспериментальные амплитудная и фазовая частотные характеристики, которые показали удовлетворительную сходимость с соответствующими расчетными характеристиками, полученными при численном решении уравнения колебаний исследуемой модели.

На основе полученных результатов был сделан вывод о достаточной адекватности рассмотренной методики генерации случайного процесса возмущения и возможности ее применения для решения задач динамики рельсовых экипажей.

Ключевые слова: генерация случайного процесса возмущения; динамика рельсовых экипажей; корреляционные функции; спектральные плотности; частотные характеристики

Введение. При выполнении расчетов колебаний рельсовых экипажей в качестве функции для за-

дания возмущения, как правило, используют зависимости $\|\vec{\eta}_k(x = vt)\|$ (η_k — кинематическое возмущение, x — координата пути, v — скорость движения, t — время), полученные в результате обработки записей путеизмерительных вагонов (элементы зависят от координаты пути x). Зависимости $\|\vec{\eta}_k(x = vt)\|$ можно рассматривать как четырехмерный дифференцируемый гауссовский эргодический стационарный случайный процесс эквивалентных геометрических вертикальных и горизонтальных неровностей левого и правого рельсов [1, 2]. Для вероятностного описания такого процесса достаточно определить одномерные законы распределения Гаусса $f(\eta_k)$ и корреляционные функции $R_{\eta_k}(\tau)$ или спектральные плотности $G_{\eta_k}(f)$, для которых в [3] обосновано применение следующих аналитических выражений:

$$R_{\eta_k}(\tau) = S_{\eta_k}^2 \sum_{i=1}^p a_i e^{-\alpha_i^2 \tau^2} \cos \beta_i \tau; \quad (1)$$

$$G_{\eta_k}(f) = 2S_{\eta_k}^2 \sqrt{\pi} \sum_{i=1}^p \frac{a_i}{\alpha_i} \left\{ \exp \left[-\frac{(f - \beta_i)^2}{4\alpha_i^2} \right] + \exp \left[-\frac{(f + \beta_i)^2}{4\alpha_i^2} \right] \right\}, \quad (2)$$

где $S_{\eta_k}^2$ — дисперсия k -го процесса неровности; $i = 1, 2, \dots, p$ — количество слагаемых; a_i — доля дисперсии, приходящаяся на i -е слагаемое; α_i — степень затухания; β_i — частота максимума i -й составляющей; τ — сдвиг по времени между ординатами случайного процесса; f — частота возмущения.

Для примера в таблице приведены значения параметров a_i , α_i и β_i [1, табл. 2.1], соответствующие вертикальной эквивалентной геометрической неровности правого рельса $\eta(x)$ и $\eta(t = x/v)$ при скорости движения $v = 50$ м/с (180 км/ч). Кроме того, для частоты β_i указана через дробь и соответствующая длина волны неровности $L_i = 1/\beta_i$. Значения α_i и β_i в Гц вычислены для скорости движения $v = 50$ м/с по формулам

$$\alpha_i = v\alpha_i \text{ и } \beta_i = v\beta_i. \quad (3)$$

Параметры аналитического выражения импульсной характеристики
Parameters of the analytical expression of the impulse response

Номер составляющей i	Доля дисперсии a_i	Процесс $\eta(x)$		Процесс $\eta(t = x/v)$ при $v = 50$ м/с	
		Нормированный коэффициент затухания $\alpha_i, \text{м}^{-1}$	Нормированная частота $\beta_i, \text{м}^{-1}/L, \text{м}$	Нормированный коэффициент затухания $v\alpha_i, \text{Гц}$	Нормированная частота $v\beta_i, \text{Гц}/L, \text{м}$
1	0,010	0,0064	0,0/0,0	0,32	0,0
2	0,200	0,0016	0,02/50,0	0,08	1,0/50,0
3	0,750	0,0056	0,04/25,0	0,28	2,0/25,0
4	0,040	0,0034	0,08/12,5	0,17	4,0/12,5

Как видно из таблицы, в составе корреляционной функции и спектральной плотности процесса $\eta(x)$ присутствуют слагаемые с частотами 0,02; 0,04 и 0,08 м^{-1} , которым соответствуют длины волн 50, 25 и 12,5 м. При скорости движения $v = 50$ м/с этим частотам соответствуют частоты, вычисленные по (3) и равные 1, 2 и 4 Гц, а также те же значения длин волн. Частотный диапазон при $v = 50$ м/с составляет от 1 до 4 Гц, в то время как для исследования колебаний рельсовых экипажей необходим более широкий диапазон от 0,2 до 10 Гц. Такому широкому диапазону соответствуют длины волн $L = v/f$ от 250 до 5 м. Вместе с тем при скорости движения, например, $v = 10$ м/с, диапазону частот от 0,2 до 10 Гц соответствуют длины волн от 50 до 1 м. Таким образом, для исследования колебаний рельсовых экипажей необходимо иметь набор записей $\|\vec{\eta}_k(x = vt)\|$ для различных скоростей движения.

Проще всего данный набор можно получить, генерируя на ЭВМ процессы $\|\vec{\eta}_k(x = vt)\|$ для заданных скоростей движения. Методика такой генерации предложена в [1, 2, 4–7] на основе использования импульсной характеристики формирующего фильтра и интеграла свертки. В этих работах были приведены примеры генерации четырехмерного стационарного случайного процесса возмущения и показана сходимость корреляционных функций и спектральных плотностей исходного и сгенерированного четырехмерного случайного процесса неровностей.

Постановка задачи. В настоящей работе выполнено обоснование адекватности предложенной в [1, 2, 4–7] методики генерации возмущения двумя способами на основе сравнения результатов решения задачи о случайных колебаниях упрощенной одномассовой модели рельсового экипажа во временной и частотных областях.

Во временной области выполнялось численное решение дифференциального уравнения колебаний упрощенной модели рельсового экипажа как системы с одной степенью свободы. При этом в качестве возмущения задавалась реализация вертикальной неровности $\eta(x = vt)$ со спектральной плотностью $G_\eta(f)$

по выражению (2) для скорости движения $v = 50$ м/с со значениями параметров, приведенными в таблице. В результате численного решения была получена реализация процесса колебаний подпрыгивания $z(t)$, по которой определялась односторонняя спектральная плотность $G_z(f)$, а также двухсторонняя взаимная спектральная плотность $\Phi_{z-\eta}(jf)$ между возмущением $\eta(t = x/v)$ и колебаниями $z(t)$ [3]. В частотной области выполнялось определение спектральной плотности колебаний подпрыгивания $G_z(f)$ по частотной характеристике системы и спектральной плотности возмущения $G_\eta(f)$.

Первый способ проверки адекватности рассматриваемой методики генерации случайного процесса возмущения состоял в оценке степени сходимости спектральных плотностей $G_z(f)$, полученных по результатам решения во временной и в частотной областях. В отличие от этого, второй способ проверки адекватности состоял в оценке сходимости амплитудной и фазовой частотных характеристик исследуемой системы, найденных по результатам численного решения дифференциального уравнения колебаний из графиков взаимной двухсторонней спектральной плотности $\Phi_{z-\eta}(jf)$, а также полученных непосредственно из дифференциального уравнения колебаний, записанного в частотной области.

Задание параметров модели и генерация случайного процесса возмущения. Уравнения колебаний упрощенной модели как системы с одной степенью свободы (рис. 1) при действии кинематического возмущения $\eta(x = vt)$ можно записать в виде [3, 8]:

$$m\ddot{z} + \beta\dot{z} + \kappa z = \beta\dot{\eta} + \kappa\eta. \quad (4)$$

Исследование колебаний подпрыгивания $z(t)$ выполнялось для скорости движения $v = 50$ м/с при следующих значениях параметров: масса $m = 23\,000 \text{ Н} \cdot \text{с}^2/\text{м}$, жесткость $\kappa = 2\,200\,000 \text{ Н/м}$ и коэффициент затухания гидравлического гасителя колебаний $\beta = 30\,000 \text{ Н} \cdot \text{с}/\text{м}$.

При этом кинематическое возмущение $\eta(t = x/v)$ задавалось в виде одномерного стационарного случайного процесса, сгенерированного с помощью формирующего механизма (рис. 2). Эту схему можно рассматривать как упрощенный вариант схемы формирующего фильтра, приведенной в [1, 2, 4] для генерации многомерного случайного процесса.

В соответствии с рис. 2 генератор белого шума (ГШ) формирует последовательность дискретных случайных чисел $y(lT)$, распределенных по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием. (Здесь $T = 0,01 \text{ с}$ — шаг временной дискретизации для скорости движения $v = 50$ м/с; $l = 0, 1, 2, \dots, N$ ($N = 8000$) — количество шагов.) Каждое число этой последовательности в следующем звене умножается на импульсную характеристику формирующего фильтра $k_\Phi(\tau)$,

и в результате имеем подынтегральное выражение $u(IT) = y(IT) \times k_\phi(IT)$. При этом $k_\phi(IT)$ определяется [1, 2] по формуле, аналогичной (1), со значениями коэффициентов a_i , α_i и β , приведенными в таблице:

$$k_\phi\{IT\} = S_\phi \sum_i a_i \exp[-\alpha_i^2(IT)^2] \cos(\beta_i IT); \quad (5)$$

$$(i = 1, 2, \dots, N).$$

где S_ϕ — среднеквадратическое отклонение генерируемого случайного процесса возмущения.

После замены переменных произведение $u(t, \tau) = k_\phi[(l - l_\tau)T]y(l_\tau T)$ поступает на блок, вычисляющий значения случайного процесса возмущения $\eta(IT)$ на основе интеграла свертки:

$$\eta(IT) = \int_0^\infty k_\phi[(l - l_\tau)T]y(l_\tau T)dl_\tau, \quad (6)$$

где l_τ — сдвиг между значениями аргументов.

$$l_\tau = 0, 1, 2, \dots, (0, 1 - 0, 25N).$$

График импульсной характеристики формирующего фильтра $k_\phi(\tau)$, рассчитанный для $v = 50$ м/с (рис. 3, кривая 1), имеет ряд составляющих, его значение ($k_\phi(0) = 1,9$ мм) равно принятой величине среднеквадратического отклонения случайного процесса возмущения $\eta(IT)$, а время затухания этой функции составляет 4 с. Реализация случайного процесса возмущения $\eta(IT)$, сгенерированная рассмотренным способом (рис. 2), показывает (рис. 4), что этот процесс отличается стабильным разбросом своих мгновенных значений относительно нулевого среднего значения, что свидетельствует о его стационарности [9]. Полученная реализация была использована в качестве возмущения для исследования вертикальных колебаний упрощенной модели экипажа, описываемых уравнением (4), при его движении по рельсовому пути со скоростью $v = 50$ м/с.

Первый способ проверки адекватности методики генерации случайного процесса возмущения. Этот способ основан на сравнении решений дифференциального уравнения колебаний во временной и частотной областях. Решение уравнения (4) было выполнено в программном пакете MatLab—Simulink [10, 11]. Для этого уравнение (4) было преобразовано к виду

$$\ddot{z} = \frac{1}{m}(-\beta\dot{z} - \kappa z + \beta\dot{\eta} + \kappa\eta) \quad (7)$$

и представлено в виде блок-схемы программы решения этой задачи (рис. 5).

Сгенерированный процесс возмущения поступает из блока From Workspace непосредственно из тела программы MatLab. На вход модели стационарный случайный процесс возмущения подается в виде суммы $\beta\dot{\eta} + \kappa\eta$, для чего неровность и найденная в блоке $\Delta u / \Delta t$ ее производная умножаются на соответствующие значения κ и β в блоках-усилителях K5 и K4

Рис. 1. Модель экипажа как системы с одной степенью свободы:

m — масса; κ — жесткость; β — коэффициент затухания гидравлического гасителя колебаний; v — скорость; η — кинематическое возмущение

Fig. 1. Model of the carriage as a system with single degree of freedom:

m — mass; κ — rigidity; β — damping coefficient of the hydraulic vibration damper; v — speed; η — kinematic disturbance

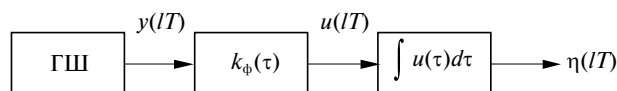
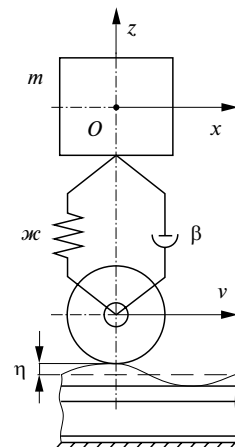


Рис. 2. Структурная схема формирующего механизма для генерации одномерного стационарного случайного процесса во временной области:

ГШ — генератор белого шума; $y(IT)$ — последовательность дискретных случайных чисел; $k_\phi(\tau)$ — импульсная характеристика формирующего фильтра; $u(IT)$ — произведение последовательности дискретных случайных чисел и импульсной характеристики формирующего фильтра; $\int u(\tau)d\tau$ — интеграл свертки; $\eta(IT)$ — случайный процесс возмущения

Fig. 2. Block diagram of the forming mechanism for generating a one-dimensional stationary random process in the time domain: ГШ — white noise generator; $y(IT)$ — sequence of discrete random numbers; $k_\phi(\tau)$ — impulse response of the shaping filter; $u(IT)$ — product of a sequence of discrete random numbers and the impulse response of the shaping filter; $\int u(\tau)d\tau$ — convolution integral; $\eta(IT)$ — random process of indignation

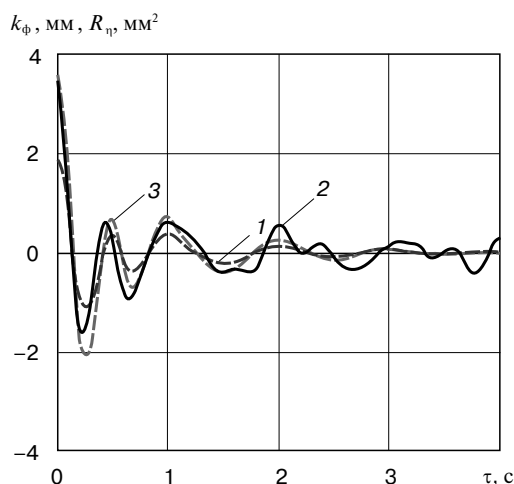


Рис. 3. Импульсная характеристика формирующего фильтра $k_\phi(\tau)$ (кривая 1) и корреляционные функции неровностей $R_\eta(\tau)$, вычисленные по формуле (8) (кривая 2) и по аналитическому выражению (1) для скорости 50 м/с (кривая 3)

Fig. 3. Impulse response of the shaping filter $k_\phi(\tau)$ (curve 1) and the correlation functions of irregularities $R_\eta(\tau)$, calculated by the formula (8) (curve 2) and by the analytical expression (1) for a speed of 50 m/s (curve 3)

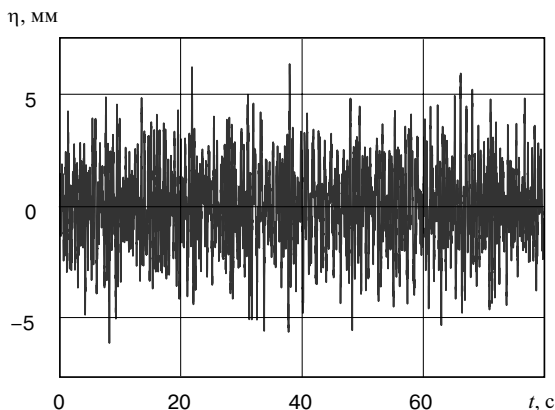


Рис. 4. Сгенерированная реализация вертикальных неровностей $\eta(t)$ для системы с одной степенью свободы при скорости движения 50 м/с
Fig. 4. Generated realization of vertical irregularities $\eta(t)$ for a system with single degree of freedom at a speed of 50 m/s

соответственно. Сигнал на выходе сумматора представляет собой ускорение $\ddot{z}$. После первого интегрирования этого сигнала в блоке И1 получаем скорость $\dot{z}$, а после второго интегрирования в блоке И2 получаем координату z , которые умножаются на соответствующие значения α и β в блоках К2 и К3 для добавления в сумматор Сумм1 слагаемых $-\alpha z$ и $-\beta \dot{z}$. Начальные условия можно задать в блоке НУ. В данном случае начальные условия были приняты нулевыми.

Решение дифференциального уравнения (7) в соответствии с блок-схемой рис. 5 по заданной реализации стационарного случайного процесса возмущения $\eta(IT)$ (рис. 4) было выполнено численным интегрированием с помощью метода Рунге—Кутты IV порядка. В результате такого решения была получена реализация случайного процесса вертикальных колебаний $z(IT)$ (рис. 6), которая тоже отличается стабильным

разбросом мгновенных значений относительно нулевого среднего значения, что также свидетельствует о его стационарности.

Для полученных реализаций стационарных случайных процессов $\eta(IT)$ и $z(IT)$ был выполнен их корреляционный и спектральный анализ [12–15] в предположении об эргодичности этих процессов. При этом автокорреляционные функции этих процессов $R_\eta(\tau)$ и $R_z(\tau)$ определялись по формулам

$$R_x[kT] = \frac{1}{(N-s)T} \sum_{k=1}^{N-s} x[lT]x[(l+k)T], \quad (8)$$

где $kT = \tau$ — сдвиг по времени между значениями реализации; N — количество значений неровностей; s — максимальный сдвиг; $sT = (0,1 \div 0,25)NT$ — максимально допустимая величина этого сдвига.

Спектральные плотности $G_\eta(f)$ и $G_z(f)$ вычислялись через автокорреляционные функции на основе формулы

$$G_x(f) = 2 \int_0^{\tau_6} R_x(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau \text{ по способу трапеций:} \\ G_x(f) = 2T \left[\frac{R_x(\tau_0) \cos(2\pi f \tau_0) + R_x(\tau_6) \cos(2\pi f \tau_6)}{2} + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^{\tau_6/T-1} R_x(\tau_i) \cos(2\pi f \tau_i) \right], \quad (9)$$

где τ_6, τ_i — наибольший и текущий сдвиг соответственно; $R_x(\tau_0)$ равно дисперсии: $R_x(\tau_0) = R_x(0) = S_x^2$.

Графики $R_\eta(\tau)$ (рис. 3, кривая 2) и $G_\eta(f)$ (рис. 7) показывают, что эти характеристики содержат ряд слагаемых, определяемых аналитическим выражением импульсной характеристики (5).

В нуле автокорреляционная функция (рис. 3, кривая 2) равна дисперсии случайного процесса и квадрату значения импульсной характеристики в нуле

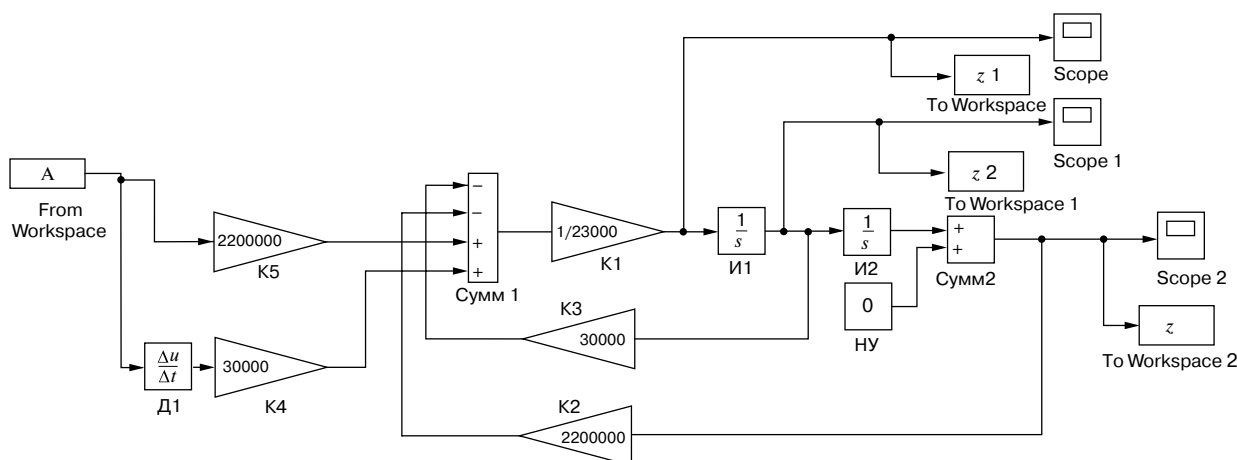


Рис. 5. Блок-схема программы решения уравнения (3) в пакете MatLab—Simulink:
K1–K5 — усилители; И1 и И2 — интеграторы; Сумм1 и Сумм2 — сумматоры; Д1 — дифференциатор; НУ — начальные условия
Fig. 5. Block diagram of the program for solving equation (3) in the MatLab package — Simulink:
K1–K5 — amplifiers; И1 и И2 — integrators; Сумм1 и Сумм2 — adders; Д1 — differentiator; НУ — initial conditions

$R_{\eta}(0) = k_{\phi}^2(0) = 3,61 \text{ мм}^2$. Отметим также, что автокорреляционная функция быстро затухает; это обеспечивает выполнение условия эргодичности:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |R_x(\tau)| d\tau < \infty. \quad (10)$$

Кроме того, $R_{\eta}(\tau)$ на этом рисунке отличается некоторой изрезанностью, вызванной погрешностями решения, а также обработки результатов, но практически повторяет график квадрата импульсной характеристики.

На графике спектральной плотности (рис. 7, кривая 1) наглядно видны все три слагаемых импульсной характеристики $k_{\phi}(\tau)$, которым соответствуют максимумы $G_{\eta}(f)$ на частотах $f_1 = 0,96 \text{ Гц}$, $f_2 = 2,0 \text{ Гц}$ и $f_3 = 4,0 \text{ Гц}$ или на длинах волн $L_{\text{в}1} = v/f_1$, равных $L_{\text{в}1} \sim 50 \text{ м}$, $L_{\text{в}2} = 25 \text{ м}$ и $L_{\text{в}3} = 12,5 \text{ м}$. Остальные максимумы в графике $G_z(f)$ являются следствием погрешностей спектрального анализа и могут быть устранены фильтрацией спектральной плотности — см., например, [13].

Графики $R_{\eta}(\tau)$ и $G_{\eta}(f)$ можно аппроксимировать аналитическими выражениями (1) и (2), соответствующими дифференцируемыми случайным процессам со значениями параметров a_i , α_i и β_i , приведенными в таблице.

Графики аналитических выражений (1) и (2), приведенные на рис. 3 (кривая 3) и рис. 7 (кривая 2), показывают удовлетворительную сходимость с графиками, построенными по формулам (8) и (9) для сгенерированной реализации случайного процесса $\eta(IT)$. Кроме того, график $R_{\eta}(\tau)$, построенный по (1), в точности равен квадрату импульсной характеристики.

По реализации случайного процесса $z(IT)$ также были найдены автокорреляционная функция $R_z(\tau)$ и спектральная плотность $G_z(f)$ (рис. 8). Как видно из этого рисунка, на графике $G_z(f)$ имеются три максимума на частотах $f_1 = 0,98 \text{ Гц}$, $f_2 = 1,6 \text{ Гц}$ и $f_3 = 2,0 \text{ Гц}$. Первый и третий из них соответствуют максимумам возмущения, приходящимся на такие же частоты или длины волн возмущения $L_{\text{в}1} \sim 50 \text{ м}$ и $L_{\text{в}2} = 25 \text{ м}$. Второй максимум при $f_2 = 1,6 \text{ Гц}$ приходится на собственную частоту колебаний системы $f_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mathcal{M}}{m}} \approx 1,6 \text{ Гц}$.

Отметим также, что максимум на частоте возмущения $4,0 \text{ Гц}$ в спектральной плотности колебаний $G_z(f)$ не проявился из-за «фильтрующих» свойств системы.

Проверка адекватности данного решения во временной области была выполнена на основе сравнения полученных результатов с результатами решения уравнения (4) в частотной области. Для этого была использована формула Шеннона, позволяющая найти спектральную плотность $G_z(f)$ решения уравнения (4) по амплитудной частотной характеристике (АЧХ) системы $A_{z-\eta}(f)$ и спектральной плотности возмущения $G_{\eta}(f)$:

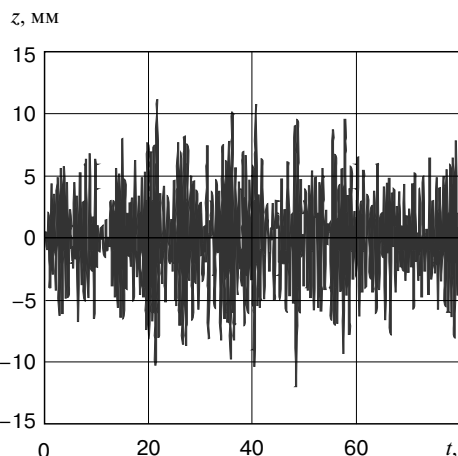


Рис. 6. Реализация случайного процесса колебаний подпрыгивания $z(t)$ упрощенной модели рельсового экипажа
Fig. 6. Realization of random process of bouncing oscillations $z(t)$ of simplified model of rail carriage

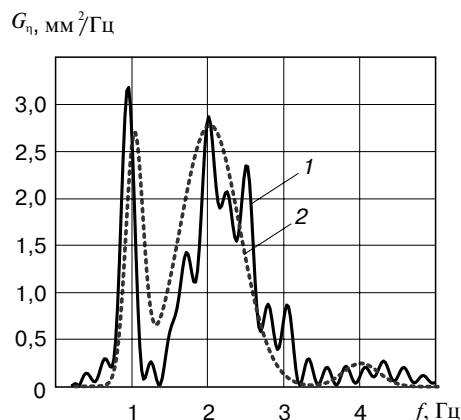


Рис. 7. Спектральная плотность стационарного случайного процесса возмущения $G_{\eta}(f)$: 1 — для сгенерированного процесса; 2 — по аналитическому выражению (2)
Fig. 7. Spectral density of a stationary random process of disturbance $G_{\eta}(f)$: 1 — for the generated process; 2 — by analytical expression (2)

$$G_z(f) = A_{z-\eta}^2(f) G_{\eta}(f). \quad (11)$$

Вывод аналитического выражения для АЧХ системы приведен ниже — см. формулу (12).

График спектральной плотности $G_z(f)$, построенный по формуле (11) (рис. 8, б, кривая 2), имеет удовлетворительную сходимость с аналогичным графиком, построенным по результатам численного интегрирования (рис. 8, б, кривая 1). На этом графике, полученном по результатам расчетов в частотной области, максимумы приходятся на те же частоты $f_1 = 0,98 \text{ Гц}$, $f_2 = 1,6 \text{ Гц}$ и $f_3 = 2,0 \text{ Гц}$, что были отмечены в графике $G_z(f)$, полученном по результатам численного интегрирования.

Это свидетельствует об адекватности предложенной методики генерации стационарного случайного

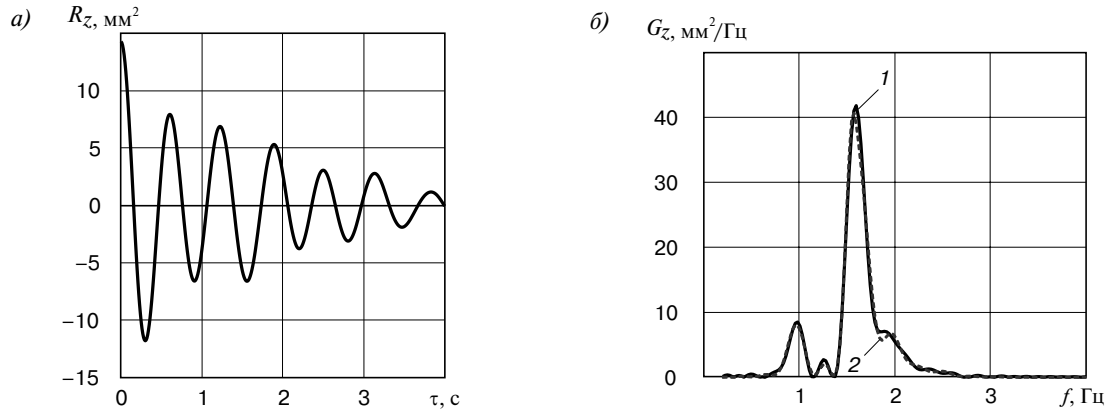


Рис. 8. Автокорреляционная функция $R_z(\tau)$ (а) и спектральная плотность $G_z(f)$ (б) стационарного случайного процесса колебаний подпрыгивания упрощенной модели: 1 — по результатам численного интегрирования; 2 — по результатам расчета в частотной области
Fig. 8. Autocorrelation function $R_z(\tau)$ (a) and spectral density $G_z(f)$ (b) of the stationary random process of bouncing oscillations of the simplified model: 1 — based on the results of numerical integration; 2 — according to the results of the calculation in the frequency domain

процесса с помощью формирующего механизма (рис. 2), использующего импульсную характеристику (5).

Второй способ проверки адекватности методики генерации случайного процесса возмущения. Выполним проверку адекватности используемой методики генерации случайного процесса вторым способом, найдя «экспериментальные» амплитудную (АЧХ) и фазовую (ФЧХ) частотные характеристики исследуемой системы по результатам численного интегрирования и сравним их с расчетными, полученными из уравнения (4).

Для получения аналитических выражений расчетных АЧХ и ФЧХ запишем уравнение колебаний подпрыгивания (4) в частотной области:

$$(-\omega^2 m + j\omega\beta + \kappa)z(j\omega) = (j\omega\beta + \kappa)\eta(j\omega),$$

где ω — круговая частота, $\omega = 2\pi f$.

Отсюда частотную характеристику $W_{z-\eta}(j\omega)$ определяют как отношение изображений координаты системы к воздействию:

$$W_{z-\eta}(j\omega) = \frac{z(j\omega)}{\eta(j\omega)} = \frac{j\beta\omega + \kappa}{\kappa - \omega^2 m + j\beta\omega}.$$

Разделив это выражение на 2π и на m , преобразуем его к виду

$$W_{z-\eta}(jf) = \frac{j2nff_c + f_c^2}{f_c^2 - f^2 + j2nff_c} = A_{z-\eta}(f)e^{j\varphi_{z-\eta}(f)},$$

где n — относительный коэффициент затухания,

$$n = \frac{\beta}{2\sqrt{m\kappa}}.$$

$A_{z-\eta}(f)$ и $\varphi_{z-\eta}(f)$ — АЧХ и ФЧХ, определяемые по формулам

$$A_{z-\eta}(f) = |W_{z-\eta}(jf)| = \frac{\sqrt{f_c^2 + 4n^2 f_c^2 f^2}}{\sqrt{(f_c^2 - f^2)^2 + 4n^2 f_c^2 f^2}}, \quad (12)$$

$$\varphi_{z-\eta}(f) = \begin{cases} -\arctg \frac{2nf^3}{f_c(f_c^2 - f^2 + 4n^2 f^2)} & \text{при } f < f_c; \\ -\arctg \frac{2nf^3}{f_c(f_c^2 - f^2 + 4n^2 f^2)} - \pi & \text{при } f > f_c. \end{cases} \quad (13)$$

Для того чтобы найти экспериментальные АЧХ и ФЧХ, определим дополнительно взаимные корреляционную функцию $R_{z-\eta}(\tau)$ и двухстороннюю спектральную плотность $\Phi_{z-\eta}(jf)$ между сгенерированной реализацией возмущения $\eta(nT)$ (рис. 4) и реализацией колебаний подпрыгивания $z(nT)$ (рис. 6), характеризующие взаимосвязи между этими координатами.

Взаимная корреляционная функция $R_{z-\eta}(\tau)$ аналогично автокорреляционной $R_x(\tau)$ (8) определяется по формуле

$$R_{z-\eta}[kT] = \frac{1}{(N-s)T} \sum_{k=1}^{N-s} \eta[lT]z[(l+k)T]. \quad (14)$$

График $R_{z-\eta}(\tau)$ (рис. 9), где $\tau = kT$, показывает, что эта функция содержит ряд затухающих слагаемых. Ее максимум, равный произведению $S_z S_\eta$, сдвинут относительно $\tau = 0$ на величину $\tau_c = 0,5$ с (S_z, S_η — среднеквадратические отклонения колебаний подпрыгивания и возмущения соответственно).

Взаимная спектральная плотность $\Phi_{z-\eta}(jf)$ является комплексной функцией частоты и определяется в диапазоне частот от $-\infty$ до $+\infty$ как

$$\begin{aligned} \Phi_{z-\eta}(jf) &= \int_{-\infty}^{+\infty} R_{z-\eta}(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau - \\ &- j \int_{-\infty}^{+\infty} R_{z-\eta}(\tau) \sin(2\pi f\tau) d\tau = \text{Re} \Phi_{z-\eta}(jf) + \\ &+ j \text{Im} \Phi_{z-\eta}(jf) = \Phi_{z-\eta}^A(f) \exp[j\Phi_{z-\eta}^p(f)]. \end{aligned} \quad (15)$$

В это выражение входят следующие составляющие:

- вещественная (синфазная)

$$\operatorname{Re} \Phi_{z-\eta}(jf) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{z-\eta}(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau,$$

характеризующая взаимосвязь между процессами возмущения и колебаний в фазе между ними;

- мнимая (квадратурная)

$$\operatorname{Im} \Phi_{z-\eta}(jf) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{z-\eta}(\tau) \sin(2\pi f \tau) d\tau,$$

характеризующая взаимосвязь между процессами возмущения и колебаний в противофазе между ними;

- амплитудная

$$\Phi_{z-\eta}^A(f) = \sqrt{\operatorname{Re}^2 \Phi_{z-\eta}(jf) + \operatorname{Im}^2 \Phi_{z-\eta}(jf)};$$

- фазовая

$$\Phi_{z-\eta}^\varphi(f) = \arctg[\operatorname{Im} \Phi_{z-\eta}(jf) / \operatorname{Re} \Phi_{z-\eta}(jf)],$$

характеризующие связи между амплитудами и фазами рассматриваемых процессов.

Графики этих составляющих (рис. 10) также имеют ряд особенностей. Так, например, в графике амплитудной спектральной плотности $\Phi_{z-\eta}^A(f)$ имеются явно

$R_{z-\eta}$, мм²

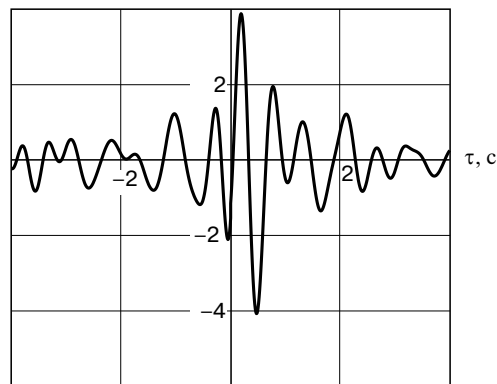


Рис. 9. Взаимная корреляционная функция между возмущением и колебаниями подпрыгивания $R_{z-\eta}(\tau)$ упрощенной модели экипажа
Fig. 9. Cross-correlation function between disturbance and bouncing oscillations $R_{z-\eta}(\tau)$ of the simplified carriage model

выраженные максимумы, приходящиеся на частоты $f_1 = 0,98$ Гц, $f_2 = 1,6$ Гц и $f_3 = 2,0$ Гц.

График фазовой составляющей $\Phi_{z-\eta}^\varphi(f)$ изменяется в пределах от 180° до -180° с резкими переходами вблизи собственной частоты колебаний $f_c \approx 1,6$ Гц и отличается более значительной изрезанностью, чем графики других составляющих $\Phi_{z-\eta}(jf)$.

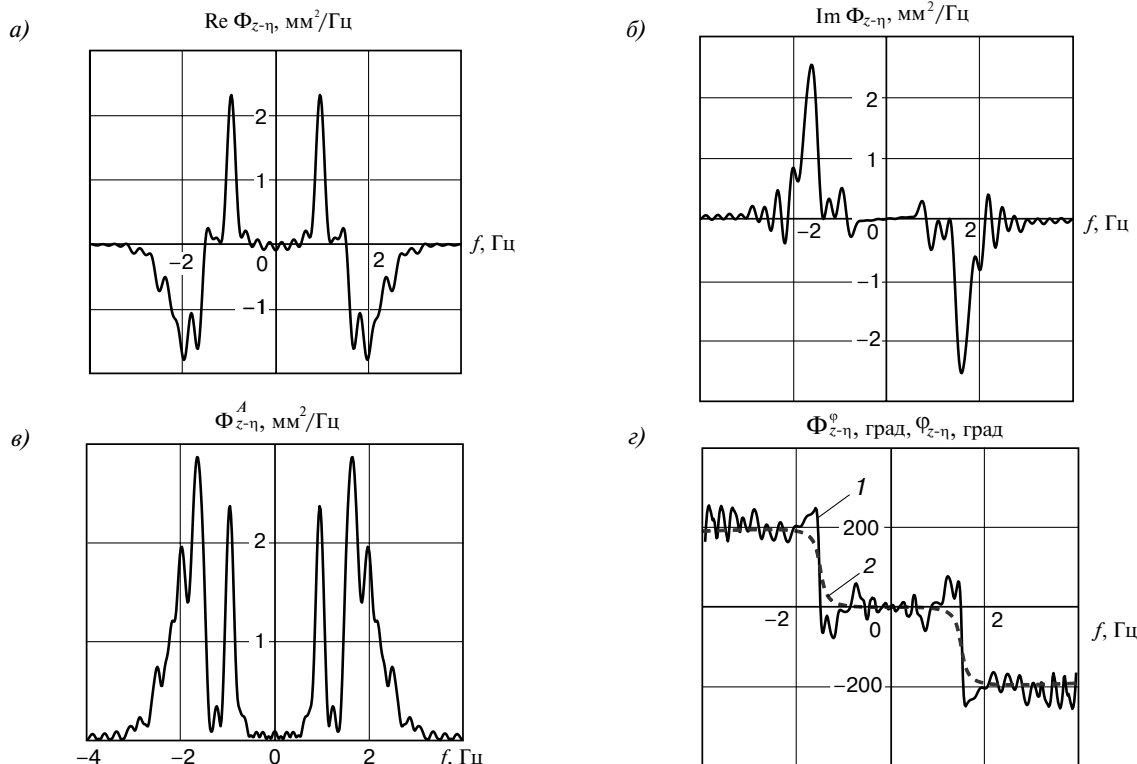


Рис. 10. Составляющие взаимной спектральной плотности между возмущением и колебаниями подпрыгивания упрощенной модели:
а — вещественная $\operatorname{Re} \Phi_{z-\eta}(f)$; б — мнимая $\operatorname{Im} \Phi_{z-\eta}(f)$; в — амплитудная $\Phi_{z-\eta}^A(f)$; з — фазовая $\Phi_{z-\eta}^\varphi(f)$ (кривая 1) и расчетный график ФЧХ $\varphi_{z-\eta}(f)$ (кривая 2)

Fig. 10. Components of the mutual spectral density between the disturbance and the bouncing oscillations of the simplified model:
а — real $\operatorname{Re} \Phi_{z-\eta}(f)$; б — imaginary $\operatorname{Im} \Phi_{z-\eta}(f)$; в — amplitude $\Phi_{z-\eta}^A(f)$; з — phase $\Phi_{z-\eta}^\varphi(f)$ (curve 1) and calculated phase-frequency characteristic $\varphi_{z-\eta}(f)$ (curve 2)

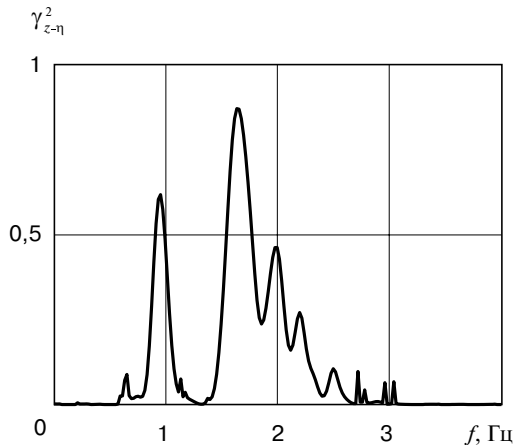


Рис. 11. Функция когерентности возмущения и колебаний $\gamma_{z-\eta}^2(f)$ системы с одной степенью свободы
Fig. 11. Coherence function of disturbance and oscillations $\gamma_{z-\eta}^2(f)$ of a system with single degree of freedom

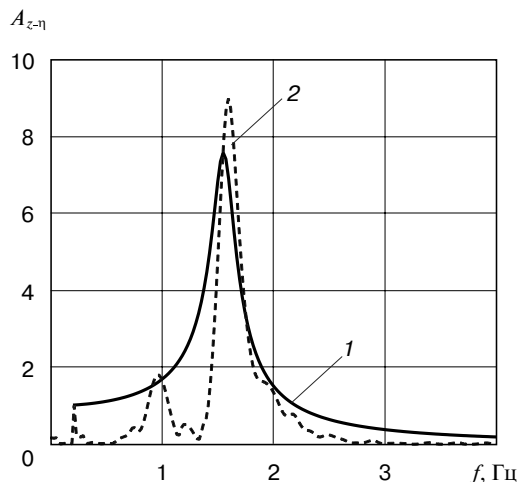


Рис. 12. АЧХ колебаний подпрыгивания $A_{z-\eta}(f)$ рельсового экипажа как системы с одной степенью свободы:
1 — расчетный график по формуле (12); 2 — экспериментальный график по формуле (19)
Fig. 12. Amplitude-frequency characteristic of bouncing oscillations $A_{z-\eta}(f)$ of a rail vehicle as a system with single degree of freedom:
1 — calculated graph according to formula (12); 2 — experimental graph according to the formula (19)

По нормированной амплитудной составляющей взаимной спектральной плотности, называемой функция когерентности $\gamma_{z-\eta}^2(f)$, можно оценить степень взаимосвязи между процессами возмущений и колебаний [3, с. 59–60]:

$$\gamma_{z-\eta}^2(f) = [G_{z-\eta}^A(f)]^2 / [G_z(f)G_\eta(f)]. \quad (16)$$

Функция $\gamma_{z-\eta}^2(f)$ изменяется в пределах от 0 до 1. При $0,5 < \gamma_{z-\eta}^2(f) < 1$ связь между координатами $\eta(t)$ и $z(t)$ будет достаточно тесной в соответствующем диапазоне частот. Если при каком-либо значении частоты $\gamma_{z-\eta}^2(f) = 1$, то колебания координаты $z(t)$ полностью определяются процессом $\eta(t)$. Отметим также, что од-

носторонняя спектральная плотность $G_{z-\eta}^A(f)$, входящая в (16), выражается через двухстороннюю $\Phi_{z-\eta}^A(f)$ как

$$G_{z-\eta}^A(f) = 4\Phi_{z-\eta}^A(f). \quad (17)$$

График функции когерентности (рис. 11) показывает, что значение $\gamma_{z-\eta}^2(f) > 0,5$ лежит в диапазонах частот 0,9–1 Гц и 1,55–1,8 Гц. Близкой к выполнению этого условия является и частота 2 Гц. Следовательно, связь между координатами $\eta(t)$ и $z(t)$ в этих диапазонах частот является достаточно тесной, т. е. можно считать, что колебания подпрыгивания массы m в этих диапазонах частот полностью вызываются действующим возмущением.

Колебания на частотах свыше 2 Гц интенсивно «подавляются» системой (рис. 8, б), а низкий уровень $\gamma_{z-\eta}^2(f)$ на частотах $f < 1$ Гц объясняется недостаточным уровнем возмущения в первом диапазоне частот, так как этому диапазону соответствует доля дисперсии $a_1 = 0,010$.

По взаимной спектральной плотности (15) можно найти комплексно-сопряженную частотную характеристику (ЧХ) линейной динамической системы $W_{z-\eta}(-jf)$, т. е. выполнить процедуру идентификации этой системы:

$$W_{z-\eta}(-jf) = \frac{\Phi_{z-\eta}(jf)}{\Phi_\eta(f)}. \quad (18)$$

Представим в этом выражении ЧХ через расчетные амплитудную $A_{z-\eta}(f)$ (12) и фазовую $\varphi_{z-\eta}(f)$ (13) ЧХ, а взаимную спектральную плотность через амплитудную $\Phi_{z-\eta}^A(f)$ и фазовую $\Phi_{z-\eta}^\varphi(f)$ взаимные спектральные плотности, тогда

$$A_{z-\eta}(f)e^{-j\varphi_{z-\eta}(f)} = \frac{\Phi_{z-\eta}^A(f)\exp[j\Phi_{z-\eta}^\varphi(f)]}{\Phi_\eta(f)}.$$

Отсюда можно записать

$$A_{z-\eta}(f) = \frac{\Phi_{z-\eta}^A(f)}{\Phi_\eta(f)} \text{ и } \varphi_{z-\eta}(f) = -\Phi_{z-\eta}^\varphi(f) \quad (19)$$

или

$$A_{z-\eta}(f) = A_\eta(f) \text{ и } \varphi_{z-\eta}(f) = \varphi_\eta(f),$$

где $A_\eta(f)$ и $\varphi_\eta(f)$ — экспериментальные АЧХ и ФЧХ, определяемые из (19) по амплитудной и фазовой составляющим взаимной спектральной плотности между $\eta(t)$ и $z(t)$.

Графики $A_\eta(f)$ и $\varphi_\eta(f)$ (рис. 10, а и рис. 12) были сопоставлены с расчетными графиками АЧХ и ФЧХ обобщенных координат динамической системы $A_p(f) = A_{z-\eta}(f)$ и $\varphi_p(f) = \varphi_{z-\eta}(f)$, построенными по формулам (12) и (13).

Расчетный график $A_p(f)$ (рис. 12, кривая 1) имеет один максимум на частоте, близкой к собственной частоте колебаний $f_c \approx 1,6$ Гц.

При частотах $f > 1,5$ Гц сходимость экспериментального графика $A_\eta(f)$ (рис. 12, кривая 2) с расчетным

$A_p(f)$ можно считать удовлетворительной. Вместе с тем при частотах $f < 1,5$ Гц экспериментальный график $A_s(f)$ имеет значительную изрезанность, и удовлетворительная сходимость с расчетным $A_p(f)$ обеспечивается только в диапазоне частот 1,0–2 Гц. Это объясняется тем, что функция когерентности $\gamma_{z-\eta}^2(f)$ только при частотах, близких к 1,0 и к 1,6 Гц, больше чем 0,5.

График расчетной фазовой частотной характеристики системы $\varphi_p(f)$, построенный по формуле (13), является кососимметричным (рис. 10, з, кривая 2) и изменяется в пределах от 180 до -180° , проходя через ноль. Экспериментальный график $\varphi_s(f)$ (рис. 10, з, кривая 1) отличается некоторой изрезанностью, но в целом имеет удовлетворительную сходимость с расчетным графиком (кривая 2).

Выводы. 1. Для исследования колебаний рельсовых экипажей необходимо иметь набор реализаций случайного процесса эквивалентных геометрических неровностей пути $\|\tilde{\eta}_k(x=vt)\|$ для различных скоростей движения. Проще всего такой набор можно получить, генерируя на ЭВМ процессы для заданных скоростей движения. Методика такой генерации предложена на основе использования импульсной характеристики формирующего фильтра и интеграла свертки.

2. Установлено, что характеристики случайных колебаний упрощенной модели, полученные во временной области на основе численного интегрирования уравнения движения при задании сгенерированного возмущения, имеют удовлетворительную сходимость с аналогичными характеристиками, найденными частотным методом по формуле Шеннона.

3. На основе методики идентификации динамической системы были найдены экспериментальные амплитудная и фазовая частотные характеристики, которые показали удовлетворительную сходимость с соответствующими расчетными характеристиками, полученными на основе уравнения колебаний исследуемой модели.

4. Предложенная методика генерации стационарного дифференцируемого случайного процесса эквивалентных геометрических неровностей пути обеспечивает достаточную адекватность получаемых результатов и может быть рекомендована для генерации одномерных и многомерных случайных процессов возмущения в задачах динамики рельсовых экипажей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акишин А.А. Горизонтальные колебания и движение в кривых моторного вагона электропоезда на четырех одноосных тележках с пневмоподвешиванием: дис. ... канд. техн. наук: 05.22.07. М., 2015. 355 с.

Для цитирования: Савоськин А. Н., Лавлинская Н. С. Проверка адекватности способа генерации случайного процесса возмущения колебаний рельсовых экипажей по импульсной характеристике формирующего фильтра // Вестник ВНИИЖТ. 2020. Т. 79. № 6. С. 327–336. DOI: <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2020-79-6-327-336>.

2. Савоськин А.Н., Ромен Ю.С., Акишин А.А. Характеристики возмущений, вызывающих колебания рельсовых экипажей // Вестник ВНИИЖТ. 2013. № 6. С. 21–30.

3. Механическая часть тягового подвижного состава: учеб. для вузов ж.-д. транспорта / И.В. Бирюков [и др.]; под ред. И.В. Бирюкова. Репр. воспроизведение издания 1992 г. М.: Альянс, 2013. 440 с.

4. Savoskin A.N., Akishin A.A. The generation of multi-dimensional stochastic process of perturbation in the problems of railways rolling stock dynamics // Computer Modeling and Simulation: тр. Междунар. науч.-техн. конф. (Санкт-Петербург, 2–4 июля 2014 г.). СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2014. С. 135–141.

5. Savoskin A., Akishin A., Yurchenko D. Design of a New Two-Axle Bogie for a High Speed Train Design of a New Two-Axle Bogie for a High Speed Train // Proceedings of the Third International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance / J. Pombo (Editor). Stirlingshire (UK): Civil-Comp Press, 2016. P. 85. DOI:10.4203/ccp.110.85.

6. Матвеев И., Шилханек Я. Генератор случайных процессов с заданной матрицей спектральных плотностей // Автоматика и телемеханика. 1960. Т. 21. № 1. С. 29–35.

7. Савоськин А.Н., Поляков А.И. Моделирование эквивалентных неровностей пути для исследования колебаний подвижного состава // Соискатель. 2005. № 1. С. 106–118.

8. Вершинский С.В., Данилов В.Н., Челноков И.И. Динамика вагона: [учеб. для вузов ж.-д. трансп.]. М.: Транспорт, 1978. 352 с.

9. Конспект лекций по дисциплине «Динамика э. п. с.». Глава 3. Случайные колебания / А.Н. Савоськин [и др.]; под ред. А.Н. Савоськина. М.: МИИТ, 2002. 74 с.

10. Потемкин В.Г. Вычисления в среде MATLAB. М.: Диалог-МИФИ, 2004. 714 с.

11. Акишин А.А. Применение пакета Matlab—Simulink для моделирования механических колебаний в программно-аппаратном комплексе реального времени // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2013. № 4. С. 145–149.

12. Савоськин А.Н., Ромен Ю.С., Акишин А.А. Случайные процессы возмущения в динамике рельсовых экипажей // Мир транспорта. 2015. № 1. С. 6–15.

13. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М.: Мир, 1974. 463 с.

14. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Высшая школа, 1999. 576 с.

15. Особенности вероятностных характеристик случайных колебаний рельсовых экипажей / А.Н. Савоськин [и др.] // Повышение энергетической эффективности наземных транспортных систем: материалы Междунар. науч.-практ. конф. (Омск, 11–12 дек. 2014 г.) / Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск: ОмГУПС, 2014. С. 314–339.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

САВОСЬКИН Анатолий Николаевич,
д-р техн. наук, профессор, кафедра «Электропоезда и локомотивы», ФГАОУ ВО «РУТ» (МИИТ)

ЛАВЛИНСКАЯ Наталия Сергеевна,
аспирант, кафедра «Электропоезда и локомотивы»,
ФГАОУ ВО «РУТ» (МИИТ)

Статья поступила в редакцию 15.09.2020 г., принята к публикации 09.11.2020 г.

Checking the adequacy of the method for generating a random process of disturbance of oscillations of rail carriages according to the impulse response of the forming filter

A. N. SAVOS'KIN, N. S. LAVLINSKAYA

Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education "Russian University of Transport" (FGAOU VO "RUT" (MIIT)), Moscow, 127994, Russia

Abstract. Usually, to study the vibrations of rail carriages, the equivalent geometric unevenness of the track obtained as a result of processing the records of the track measuring car is taken as a disturbance. Such a record contains a certain set of irregularity wavelengths, for example, 50, 25 and 12.5 m. However, when it is used to simulate disturbances at different operation speeds, these wavelengths will correspond to frequencies depending on the given speed of motion, which is not permissible, since a stable frequency range from 0.2 to 10 Hz is required to excite the vibrations of all the bodies included in the carriage. To eliminate this drawback, in the previously performed works it was proposed to generate a random process of geometric irregularities for a given operation speed by changing the set of wavelengths included in the irregularities. In this paper, based on the study of random oscillations of a simplified model of a rail carriage, as a system with one degree of freedom, the adequacy of the method for generating a random disturbance process is verified in two ways. In the first method, it was found that the characteristics of random oscillations of such a model, obtained in the time domain on the basis of numerical integration of the equation of motion when specifying the generated disturbance, have satisfactory convergence with similar characteristics found by the frequency method using Shannon's formula. In the second verification method, the cross-correlation function and the mutual spectral density between the disturbance and the bouncing oscillations were determined from the generated disturbance realization and obtained by numerical integration of the vibration process realization. Then, using the method of identifying the dynamic system, experimental amplitude and phase frequency characteristics were found, which showed satisfactory convergence with the corresponding calculated characteristics obtained by numerically solving the equation of oscillations of the model under study. On the basis of the results obtained, it was concluded that the considered method of generating a random process of disturbance is sufficiently adequate and that it can be applied to solve problems of the dynamics of rail carriages.

Keywords: generation of a random process of disturbance; dynamics of rail carriages; correlation functions; spectral densities; frequency characteristics

DOI: <https://dx.doi.org/10.21780/2223-9731-2020-79-6-327-336>

REFERENCES

1. Akishin A. A. *Horizontal vibrations and motion in curves of a motor car of an electric train on four uniaxial bogies with pneumatic suspension*. Cand. tech. sci. diss. Moscow, 2015, 355 p.
2. Savos'kin A. N., Romen Yu. S., Akishin A. A. *Characteristics of disturbances causing oscillations of rail carriages*. Vestnik of the Railway Research Institute, 2013, no. 6, pp. 21–30.
3. Biryukov I. V., Savos'kin A. N., Burchak G. P. et al. *Mechanical part of traction rolling stock*. Textbook for universities of railway transport. Reprintnoe vosproizvedenie izdaniya 1992 g. Moscow, Al'yans Publ., 2013, 440 p.
4. Savos'kin A. N., Akishin A. A. *Generation of multidimensional stochastic process of perturbation in the problems of rail-*

ways rolling stock dynamics. Computer Modeling and Simulation: proc. of the International Scientific and Technical Conference (St. Petersburg, July 2–4, 2014). St. Petersburg, Publishing house of the Polytechnic University, 2014, pp. 135–141.

5. Savos'kin A., Akishin A., Yurchenko D. *Design of a New Two-Axle Bogie for a High Speed Train Design of a New Two-Axle Bogie for a High Speed Train*. Proceedings of the Third International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance. Stirlingshire (UK), Civil-Comp Press, 2016, p. 85. DOI:10.4203/ccp.110.85.

6. Matyash I., Shilkhanev Ya. *Generator of random processes with a given matrix of spectral densities*. Avtomatika i telemekhanika, 1960, Vol. 21, no. 1, pp. 29–35.

7. Savos'kin A. N., Polyakov A. I. *Modeling equivalent irregularities of the track for the study of vibrations of rolling stock*. Soiskatel', 2005, no. 1, pp. 106–118.

8. Vershinskiy S. V., Danilov V. N., Chelnokov I. I. *Dynamics of the car*. Textbook for universities of railway transport. Moscow, Transport Publ., 1978, 352 p.

9. Savos'kin A. N., Burchak G. P., Vasil'ev A. P. *Lecture notes for the discipline "Dynamics of EMP". Chapter 3. Random fluctuations*. Moscow, MIIT Publ., 2002, 74 p.

10. Potemkin V. G. *Calculations in the MATLAB environment*. Moscow, Dialog-MIFI Publ., 2004, 714 p.

11. Akishin A. A. *Application of the Matlab—Simulink package for modeling mechanical vibrations in the real-time hardware and software complex*. Scientific and technical statements of the St. Petersburg State Polytechnic University. Computer science. Telecommunications. Management, 2013, no. 4, pp. 145–149.

12. Savos'kin A. N., Romen Yu. S., Akishin A. A. *Random processes of disturbance in the dynamics of rail carriages*. World of Transport and Transportation, 2015, no. 1, pp. 6–15.

13. Bendat Dzh., Piersol A. *Measurement and analysis of stochastic processes*. Moscow, Mir Publ., 1974, 463 p.

14. Venttsel' E. S. *Probability theory*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1999, 576 p.

15. Savos'kin A. N., Burchak G. P., Nasyrov R. K., Akishin A. A. *Features of the probabilistic characteristics of random oscillations of rail carriages*. Increasing the energy efficiency of ground transport systems: materials of the International Scientific and Practical Conference (Omsk, December 11–12, 2014). Omsk State University of Railway Transport. Omsk, OmGUPS Publ., 2014, pp. 314–339.

ABOUT THE AUTHORS

Anatoliy N. SAVOS'KIN,

Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department "Electric Trains and Locomotives", FGAOU VO "RUT" (MIIT)

Nataliya S. LAVLINSKAYA,

Post-graduate, Department "Electric Trains and Locomotives", FGAOU VO "RUT" (MIIT)

Received 15.09.2020

Accepted 09.11.2020

■ E-mail: lav.nata@mail.ru (N. S. Lavlinskaya)

For citation: Savos'kin A. N., Lavlinskaya N. S. Checking the adequacy of the method for generating a random process of disturbance of oscillations of rail carriages according to the impulse response of the forming filter // VNIIZHT Scientific Journal. 2020. 79 (6): 327–336 (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2020-79-6-327-336>.