

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ
НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ

Оригинальная статья

УДК 629.056.8

EDN: <https://elibrary.ru/knirgq>**Высокоточное позиционирование робототехнических комплексов на программных траекториях с использованием измерений спутниковых навигационных систем****С. В. Соколов^{1,2}, А. Л. Охотников²✉, Д. В. Маршаков¹, И. В. Решетникова¹**¹Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ),
Москва, Российская Федерация²Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации,
автоматизации и связи на железнодорожном транспорте (НИИАС),
Москва, Российская Федерация**АННОТАЦИЯ**

Введение. Основной проблемой при обработке спутниковых измерений остается борьба с их помехами, особенно интенсивными в условиях пересеченной местности, городской инфраструктуры, при усилении атмосферных возмущений, создании искусственных помех. Практика применения спутниковых навигационных систем последних лет показала неэффективность использования в подобных условиях традиционных методов обработки спутниковых сообщений, построенных на основе метода наименьших квадратов или его модификаций. Данные алгоритмы не в состоянии обеспечить требуемую точность пространственной ориентации для подвижных робототехнических комплексов, функционирующих в условиях интенсивных возмущений различной физической природы. Это приводит к необходимости применения алгоритмов обработки стохастической информации, более эффективных, чем метод наименьших квадратов, в частности построенных на основе теории нелинейной стохастической фильтрации. Основной трудностью в этом случае является синтез уравнений движения робототехнических комплексов, инвариантных к виду их движения и случайным условиям среды функционирования. В то же время, как показывает практика, подавляющее большинство комплексов движется по программным траекториям, обеспечивающим возможность аналитического описания параметров их движения, что создает предпосылки к решению задачи синтеза данных уравнений.

Материалы и методы. Предложен навигационный алгоритм для робототехнических комплексов, движущихся по заданной траектории в условиях случайных возмущающих факторов. В основу алгоритма положено комплексирование методов нелинейной стохастической фильтрации для оценки состояния динамических систем, функционирующих в условиях помех, с нетрадиционными алгоритмами обработки спутниковых измерений и данных электронных карт.

Результаты. Для робототехнического комплекса, осуществляющего экологический мониторинг, моделировалось движение в плоскости местного меридиана из начальной точки с долготой 30° и широтой 45°. Выполнен анализ точности разработанного алгоритма путем оценки траектории робототехнического комплекса при использовании двух классов спутниковых навигационных систем — средней и низкой точности.

Обсуждения и заключение. Результаты численного эксперимента в совокупности с отмеченными выше преимущественными особенностями предложенного метода позволяют сделать вывод о возможности его эффективного практического применения для позиционирования подвижных робототехнических комплексов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: робототехнические комплексы, спутниковые измерения, электронные карты, стохастическая фильтрация, расширенный фильтр Калмана

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Соколов С. В., Охотников А. Л., Маршаков Д. В., Решетникова И. В. Высокоточное позиционирование робототехнических комплексов на программных траекториях с использованием измерений спутниковых навигационных систем // Вестник Научно-исследовательского института железнодорожного транспорта (Вестник ВНИИЖТ). 2024. Т. 83, № 3. С. 270–277.

© Соколов С. В., Охотников А. Л., Маршаков Д. В.,
Решетникова И. В., 2024✉ a.ohotnikov@vnias.ru (А. Л. Охотников)



AUTOMATION AND CONTROL OF TECHNOLOGICAL PROCESSES IN RAILWAY TRANSPORT

Original article

UDK 629.056.8

EDN: <https://elibrary.ru/knirgq>



High-precision positioning of robotic systems on programme trajectories using satellite navigation measurements

Sergey V. Sokolov^{1,2}, Andrey L. Okhotnikov²✉, Daniil V. Marshakov¹, Irina V. Reshetnikova¹

¹Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russian Federation

²Research and Design Institute of Informatisation, Automation and Communication on Railway Transport, Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. The main issue in processing satellite measurements remains the struggle with their interference, especially intensive in rugged terrain, cities, atmospheric disturbances and artificial interference. Use of satellite navigation in recent years shows that such conditions undermine traditional satellite signal processing methods based on the least squares method or its modifications. These algorithms are unable to provide the required accuracy of spatial orientation for mobile robotic systems operating under intensive disturbances of various physical nature. This requires new algorithms for processing stochastic information more efficient than the least squares method, in particular, based on the theory of nonlinear stochastic filtration. The main challenge in this case is the synthesis of equations of motion of robotic complexes invariant to its type and random conditions of the environment of its functioning. At the same time, as practice shows, the vast majority of complexes move along programme trajectories that allow for analytical description of their motion parameters, which creates prerequisites for solving the problem of synthesis of these equations.

Materials and methods. This paper proposes a navigation algorithm for robotic systems moving along a given trajectory under random perturbing factors. The algorithm is based on the combination of nonlinear stochastic filtering methods for estimating the state of dynamic systems operating under disturbances with non-traditional algorithms for processing satellite measurements and electronic map data.

Results. For an environmental monitoring robot system, the authors modelled the motion in the plane of the local meridian from an initial point with longitude 30° and latitude 45°. The paper analyses the accuracy of the developed algorithm by estimating the trajectory of the robotic system using two classes of satellite navigation systems: medium and low precision.

Discussion and conclusion. The results of the numerical experiment together with the above-mentioned advantages of the proposed method allow us to consider its effective practical application for positioning of mobile robotic systems.

KEYWORDS: robotic systems, satellite measurements, electronic maps, stochastic filtering, extended Kalman filter

FOR CITATION: Sokolov S. V., Okhotnikov A. L., Marshakov D. V., Reshetnikova I. V. High-precision positioning of robotic systems on programme trajectories using satellite navigation measurements. *Russian Railway Science Journal*. 2024;83(3):270-277. (In Russ.).

✉ a.okhotnikov@vniias.ru (A. L. Okhotnikov)

Введение. Одним из наиболее эффективных путей решения задачи высокоточной пространственной ориентации подвижных робототехнических комплексов (РТК), например беспилотных поездов, в настоящее время является обработка навигационных спутниковых измерений [1–15]. Основной проблемой здесь была и остается борьба с помехами измерений, особенно интенсивными в условиях городской инфраструктуры, пересеченной местности, при активизации атмосферных (и особенно искусственных) помех, не говоря уже о неизбежных инструментальных погрешностях передатчика спутника и навигационного приемника [5–20]. Как показала практика использования спутниковых навигационных систем в течение последних двух лет, отсутствие универсальных методов решения данной проблемы не позволяет обеспечить требуемую эффективность функционирования подвижных РТК в вышеперечисленных условиях, что, в свою очередь, требует разработки новых подходов к решению задачи высокоточной пространственной ориентации РТК.

Практически все современные методы обработки спутниковых измерений используют или метод наименьших квадратов (МНК), или его различные модификации [5–9, 13–15, 19]. Это позволяет обеспечить заданную точность решения задачи пространственной ориентации для неподвижных объектов, но оказывается неэффективным для подвижных РТК, функционирующих в условиях интенсивных возмущений различной физической природы.

С другой стороны, для оценки состояния динамических систем, эксплуатируемых в стохастических средах, существует обширный класс методов обработки измерений, значительно более эффективных, чем МНК. К таким методам, в частности, относятся методы нелинейной стохастической фильтрации, позволяющие учитывать как динамику РТК, так и стохастические характеристики среды функционирования [8, 10–12, 15–18]. Основной трудностью их применения при использовании спутниковых измерений является синтез уравнений движения РТК, инвариантных к виду его движения и условиям среды эксплуатации. Решение подобной задачи рассмотрено далее в первой части статьи.

Помимо реализации стохастических методов обработки спутниковых измерений, весьма эффективным подходом к решению задачи высокоточной пространственной ориентации РТК является использование аналитического описания известной траектории его движения. Постоянно нарастающее применение электронных карт позволяет реализовать априорную высокоточную аппроксимацию заданного (программного) маршрута движения РТК набором траекторных интервалов, на которых существуют аналитические зависимости его навигационных параметров, что, во-первых, резко сокращает вычислительные затраты при их оценке, а во-вторых, обеспечивает высокую

точность привязки к траектории даже в условиях интенсивных помех измерения [21, 22]. Таким образом, цель работы состоит в предложении нового подхода к обработке спутниковых измерений, который бы обеспечивал возможность существенного повышения точности пространственной ориентации РТК (до субметрового диапазона) при резком сокращении вычислительных затрат за счет совместного использования аппроксимации заданного маршрута движения РТК набором аналитических траекторных интервалов с отработанными методами стохастической динамики.

Последовательность решения задачи определим следующим образом. На первом этапе сформируем стохастические дифференциальные уравнения параметров пространственной ориентации РТК и их стохастического наблюдателя, используя зашумленные спутниковые измерения. На втором этапе редуцируем полученные уравнения к виду, соответствующему программному движению по траекторному участку, представляющему собой участок ортодромии и полученному при соответствующей аппроксимации заданной траектории РТК набором кратчайших траекторных интервалов. На заключительном этапе на основе дифференциальных уравнений параметров пространственной ориентации РТК и их стохастического наблюдателя на ортодромии построим навигационный алгоритм РТК, обеспечивающий искомую стохастическую оценку параметров его пространственной ориентации.

Синтез дифференциальных уравнений параметров пространственной ориентации РТК. Для возможности синтеза дифференциальных уравнений навигационных параметров РТК используем модели спутниковых измерений (псевдодальности и псевдоскорости) на этапе первичной обработки и в самой общей (стохастической) форме. В стандартном режиме использования спутниковых измерений модель измерений псевдодальности Z_R имеет вид [1–6, 8, 9]:

$$Z_R = \sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2} + W_R, \quad (1)$$

где ξ_c, η_c, ζ_c — заданные пространственные координаты спутника в гринвичской системе координат (ГСК); ξ, η, ζ — пространственные координаты РТК в ГСК; W_R — погрешность измерений псевдодальности.

Аналогично модель измерений псевдоскорости Z_V в стандартном режиме может быть описана как

$$Z_V = [(\xi_c - \xi)(V_{\xi_c} - V_{\xi}) + (\eta_c - \eta)(V_{\eta_c} - V_{\eta}) + (\zeta_c - \zeta)(V_{\zeta_c} - V_{\zeta})] \times \\ \times \left(\sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2} \right)^{-1} + W_V, \quad (2)$$

где $V_{\xi_c}, V_{\eta_c}, V_{\zeta_c}$ — проекции скорости спутника на оси ГСК; $V_{\xi}, V_{\eta}, V_{\zeta}$ — проекции скорости РТК на оси ГСК; W_V — погрешность измерений псевдоскорости.

С учетом равномоности множества случайных факторов, обусловленных атмосферными помехами, инструментальными погрешностями передатчика спутника и навигационного приемника и др. и влияющих на погрешности измерений псевдодальности W_R и псевдоскорости W_V , условно примем их белыми гауссовскими шумами с нулевыми средними и интенсивностями D_R и D_V соответственно.

Уравнение (2) относительно пространственных координат РТК в ГСК $[\xi \eta \zeta]^T$ может быть записано в следующей стохастической дифференциальной форме:

$$\begin{aligned} & [(\xi_c - \xi)V_{\xi_c} + (\eta_c - \eta)V_{\eta_c} + (\zeta_c - \zeta)V_{\zeta_c}] - \\ & - \sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2} (Z_V - W_V) = \\ & = \|\xi_c - \xi \quad \eta_c - \eta \quad \zeta_c - \zeta\| \dot{\xi} \dot{\eta} \dot{\zeta}^T. \end{aligned} \quad (3)$$

Так как для определения всех пространственных координат РТК данного уравнения недостаточно, то для редукции количества переменных в уравнении (3) используем заявленную ранее возможность разбиения всей траектории движения РТК на ортодромические траекторные интервалы (кратчайшие траектории между текущими точками), на которых существует известная аналитическая зависимость между пространственными координатами движущегося объекта [21, 22]:

$$\begin{aligned} \xi &= \cos P_0 P \eta - \sin P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2} \Big\}, \\ \zeta &= \sin P_0 P \eta + \cos P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2} \Big\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\sqrt{1+P^2} = a_0$; $\frac{r^2}{1+P^2} = a_1$;

$$\begin{aligned} P &= (\xi_1 \zeta_0 - \xi_0 \zeta_1) / \sqrt{(\xi_1^2 + \zeta_1^2)(\xi_0^2 + \zeta_0^2)} / \\ & / \left(\frac{\eta_0^2}{r^2 - \eta_0^2} + \frac{\eta_1^2}{r^2 - \eta_1^2} - 2 \frac{\eta_0 \eta_1}{\sqrt{(r^2 - \eta_0^2)(r^2 - \eta_1^2)}} \times \right. \\ & \left. \times \frac{\xi_1 \zeta_0 + \xi_0 \zeta_1}{\sqrt{(\xi_1^2 + \zeta_1^2)(\xi_0^2 + \zeta_0^2)}} \right)^{1/2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_0 &= \arctg \left(\eta_0 \xi_1 \sqrt{r^2 - \eta_1^2} \sqrt{\zeta_0^2 + \xi_0^2} - \right. \\ & - \eta_1 \xi_0 \sqrt{r^2 - \eta_0^2} \sqrt{\zeta_1^2 + \xi_1^2} \Big) / \\ & / \left(\eta_1 \zeta_0 \sqrt{r^2 - \eta_0^2} \sqrt{\zeta_1^2 + \xi_1^2} - \right. \\ & - \eta_0 \zeta_1 \sqrt{r^2 - \eta_1^2} \sqrt{\zeta_0^2 + \xi_0^2} \Big); \end{aligned}$$

ξ_0, η_0, ζ_0 — пространственные координаты начальной точки ортодромического отрезка; ξ_1, η_1, ζ_1 — пространственные координаты конечной точки ортодромического отрезка; r — радиус Земли.

Помимо аналитической зависимости между пространственными координатами движущегося объекта используем также аналитическую связь проекций его линейной скорости в ГСК, полученную путем дифференцирования (4):

$$\begin{aligned} V_{\xi} &= \left[\cos P_0 P + \sin P_0 a_0 \left(\sqrt{a_1 - \eta^2} \right)^{-1} \eta \right] V_{\eta} \Big\} \\ V_{\zeta} &= \left[\sin P_0 P - \cos P_0 a_0 \left(\sqrt{a_1 - \eta^2} \right)^{-1} \eta \right] V_{\eta} \Big\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Исходя из соотношений (4), (5), окончательно уравнение вектора пространственных координат РТК (3) на ортодромии сформируем в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \left[(\xi_c - \cos P_0 P \eta + \sin P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2}) V_{\xi_c} + (\eta_c - \eta) \times \right. \\ & \times V_{\eta_c} + \left(\zeta_c - \sin P_0 P \eta - \cos P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2} \right) \times V_{\zeta_c} \Big] - \\ & - (Z_V - W_V) \left((\xi_c - \cos P_0 P \eta + \sin P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2})^2 + \right. \\ & + (\eta_c - \eta)^2 + \left(\zeta_c - \sin P_0 P \eta - \cos P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2} \right)^2 \Big)^{1/2} = \\ & = \left(\xi_c - \cos P_0 P \eta + \sin P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2} \right) \left(\cos P_0 P + \sin P_0 \times \right. \\ & \times a_0 \left(\sqrt{a_1 - \eta^2} \right)^{-1} \eta \Big) V_{\eta} + (\eta_c - \eta) V_{\eta} + \\ & + \left(\zeta_c - \sin P_0 P \eta - \cos P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2} \right) \times \\ & \times \left(\sin P_0 P - \cos P_0 a_0 \left(\sqrt{a_1 - \eta^2} \right)^{-1} \eta \right) V_{\eta}. \end{aligned}$$

Учитывая характер движения РТК по сфере Земли (т. е. $\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} = r$), получим

$$\begin{aligned} & q_{0t} + q_{1t} \eta + q_{2t} \sqrt{a_1 - \eta^2} - (Z_V - W_V) \times \\ & \times \sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t} \eta + \Theta_{3t} \sqrt{a_1 - \eta^2}} = \\ & = \left(\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1) \eta + \frac{\Theta_{3t}}{2} \left(\sqrt{a_1 - \eta^2} \right)^{-1} \eta \right) \dot{\eta}, \end{aligned}$$

где $\dot{\eta} = V_{\eta}$, $\xi_c V_{\xi_c} + \eta_c V_{\eta_c} + \zeta_c V_{\zeta_c} = q_{0t}$,

$\xi_c \cos P_0 P + \eta_c + \zeta_c \sin P_0 P = \chi_{0t}$,

$-(V_{\xi_c} P \cos P_0 + V_{\eta_c} + V_{\zeta_c} P \sin P_0) = q_{1t}$,

$a_0 (V_{\xi_c} \sin P_0 - V_{\zeta_c} \cos P_0) = q_{2t}$,

$\Theta_{1t} = \xi_c^2 + \eta_c^2 + \zeta_c^2 + r^2$,

$\Theta_{2t} = -2[\xi_c P \cos P_0 + \eta_c + \zeta_c P \sin P_0]$,

$\Theta_{3t} = 2a_0 [\xi_c \sin P_0 - \zeta_c \cos P_0]$ — временные функции.

В форме Ланжевена, исходной для построения алгоритмов стохастической оценки, данное уравнение принимает вид

$$\dot{\eta} = \frac{q_{0t} + q_{1t}\eta + q_{2t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + \frac{\Theta_{3t}}{2}(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta} - \frac{Z_V\sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t}\eta + \Theta_{3t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + \frac{\Theta_{3t}}{2}(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta} + \frac{\sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t}\eta + \Theta_{3t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + \frac{\Theta_{3t}}{2}(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta} W_V$$

или

$$\dot{\eta} = F_\eta(\eta, t) + F_{0\eta}(\eta, t)W_V, \quad (6)$$

где

$$F_\eta(\eta, t) = \frac{q_{0t} + q_{1t}\eta + q_{2t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + \frac{\Theta_{3t}}{2}(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta} - \frac{Z_V\sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t}\eta + \Theta_{3t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + \frac{\Theta_{3t}}{2}(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta},$$

$$F_{0\eta}(\eta, t) = \frac{\sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t}\eta + \Theta_{3t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + \frac{\Theta_{3t}}{2}(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta}.$$

Решение данного уравнения с одновременным использованием соотношений (4) является окончательным решением задачи пространственной ориентации РТК по спутниковым измерениям. В силу того, что уравнение (6) является стохастическим, задача пространственной ориентации РТК может быть решена лишь с использованием методов стохастического оценивания пространственной координаты η . В этом случае можно использовать хорошо отработанные методы теории стохастической фильтрации [8, 10–18]. Среди разработанных на сегодняшний день методов фильтрации наиболее эффективным по точности и вычислительным затратам является расширенный фильтр Калмана [15, 17, 18]. Однако его применение требует дополнительного наличия уравнения наблюдателя параметров состояния наблюдаемого объекта. С этой целью проделаем следующие построения.

Модель наблюдателя параметров пространственной ориентации РТК. В силу того, что измерения псевдоскорости были уже полностью использованы при выводе уравнений пространственной ориентации РТК, при построении уравнения наблюдателя пространственной ориентации рассмотрим далее в качестве его выходного сигнала измерения псевдодальности. Исходя из их общей формы (1) и учитывая аналитические зависимости (4), (5), в данном случае имеем

$$Z_{Ror} = \left(\left(\xi_c - \cos P_0 P \eta + \sin P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2} \right)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + \left(\xi_c - \sin P_0 P \eta - \cos P_0 a_0 \sqrt{a_1 - \eta^2} \right)^2 \right)^{1/2} + W_R = H(\eta, t) + W_R, \quad (7)$$

где W_R — погрешности измерений псевдодальности,

$$H(\eta, t) = \left(\xi_c^2 + \eta_c^2 + \zeta_c^2 + r^2 - 2[\xi_c P \cos P_0 + \eta_c + \zeta_c P \sin P_0]\eta + 2a_0[\xi_c \sin P_0 - \zeta_c \cos P_0]\sqrt{a_1 - \eta^2} \right)^{1/2} = \sqrt{\Theta_1 + \Theta_2\eta + \Theta_3\sqrt{a_1 - \eta^2}},$$

где $\Theta_1 = \xi_c^2 + \eta_c^2 + \zeta_c^2 + r^2$,

$$\Theta_2 = -2[\xi_c P \cos P_0 + \eta_c + \zeta_c P \sin P_0],$$

$\Theta_3 = 2a_0[\xi_c \sin P_0 - \zeta_c \cos P_0]$ — временные функции.

Здесь следует подчеркнуть, что вся необходимая для наблюдения и последующей оценки пространственной координаты η информация содержится в сигнале измерения псевдодальности только одного спутника (как и информация, необходимая для построения уравнения динамики данной координаты (6) по измерениям псевдоскорости).

Приведенные уравнения наблюдателя (7) и объекта (6) позволяют построить искомый алгоритм оценки в форме расширенного фильтра Калмана:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{\eta}} &= F_\eta(\hat{\eta}, t) + K(\hat{\eta}, t)(Z_{Ror} - H(\hat{\eta}, t)) \\ K(\hat{\eta}, t) &= R(\hat{\eta}, t) \frac{\partial H(\hat{\eta}, t)}{\partial \hat{\eta}} D_R^{-1} \\ \dot{R}(\hat{\eta}, t) &= 2R(\hat{\eta}, t) \frac{\partial F_\eta(\hat{\eta}, t)}{\partial \hat{\eta}} + F_{0\eta}^2(\eta, t) D_V - \\ &\quad - \left(R(\hat{\eta}, t) \frac{\partial H(\hat{\eta}, t)}{\partial \hat{\eta}} \right)^2 D_R^{-1} \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

где $\hat{\eta}$ — стохастическая оценка координаты η , $\hat{\eta} = M(\eta_0)$; $R(\hat{\eta}, t)$ — апостериорная ковариационная функция, $R_0 = M\{(\eta_0 - \hat{\eta}_0)^2\}$, используемые в данном алгоритме совместно с соотношениями (4).

Данный алгоритм обеспечивает полное решение поставленной задачи пространственной ориентации РТК, функционирующего в условиях случайных помех спутниковых измерений. При этом следует отметить, что оценка $\hat{\eta}$ координаты η в пределах текущего траекторного интервала в силу вышеприведенных аналитических зависимостей от нее остальных координат автоматически определяет позиционирование РТК на этом траекторном интервале (с погрешностью, определяемой ошибкой оценки $\hat{\eta}$). То есть исключается возможность позиционирования РТК вне программной

траектории, в отличие от существующих методов позиционирования (например, «припасовки к карте»).

Для оценки точности предложенного подхода был проведен следующий численный эксперимент.

Методика и результаты численного эксперимента.

Для РТК, осуществляющего экологический мониторинг, моделировалось движение в плоскости местного меридиана из начальной точки с долготой 30° и широтой 45° (т. е. $\xi_0 = 2\,253\,549$ м, $\eta_0 = 4\,507\,098$ м, $\zeta_0 = 3\,903\,261$ м) в конечную точку с широтой 47° (т. е. $\xi_1 = 2\,173\,875$ м, $\eta_1 = 4\,660\,125$ м, $\zeta_1 = 3\,765\,152$ м).

Горизонтальная составляющая его скорости в географической системе координат в соответствии с характером мониторинга изменялась во времени по закону

$$V_r = 20 + 5 \sin 0,02t \text{ (м/с)}, \quad (9)$$

а проекция скорости на ось η ГСК, соответственно, как

$$\dot{\eta} = V_r \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{r}\right)^2}. \quad (10)$$

Текущее изменение пространственной координаты η определялось интегрированием уравнения (10) методом Рунге—Кутты 4-го порядка с шагом $\Delta t = 0,01$ с в течение временного интервала $t \in [0; 1000]$ с, а пространственные координаты ξ, ζ вычислялись по соотношениям (4).

Анализ точности разработанного алгоритма (8) осуществлялся путем оценки траектории РТК при использовании двух классов спутниковых навигационных систем (СНС) — средней и низкой точности. При моделировании шума W_v для СНС средней точности использовался белый гауссовский шум с нулевым средним и дисперсией $(0,1 \text{ м/с})^2$, при моделировании шума W_R — то же с нулевым средним и дисперсией $(5 \text{ м})^2$. Для СНС низкой точности дисперсия шума W_v была выбрана равной $(0,3 \text{ м/с})^2$, а шума W_R — равной $(15 \text{ м})^2$.

График погрешности оценки координаты η РТК для СНС средней точности показан на рис. 1.

Из полученных результатов видна ярко выраженная тенденция к резкому уменьшению погрешности оценки координаты η : уже на начальном временном интервале (не более 10 с) данная погрешность снижается до 1,9 м. В дальнейшем она продолжает уменьшаться, не превышая 0,7 м на всем интервале моделирования (см. рис. 2 с фрагментом изменения погрешности оценки η на временном интервале 300–500 с), при том, что требуемый уровень точности для данных СНС определяется в пределах 5 м.

На рис. 3 показан график изменения погрешности оценки координаты η РТК для СНС низкой точности. В данном случае по-прежнему наблюдается хорошая степень сходимости и устойчивости процесса оценивания, хотя уровень погрешностей в установившемся

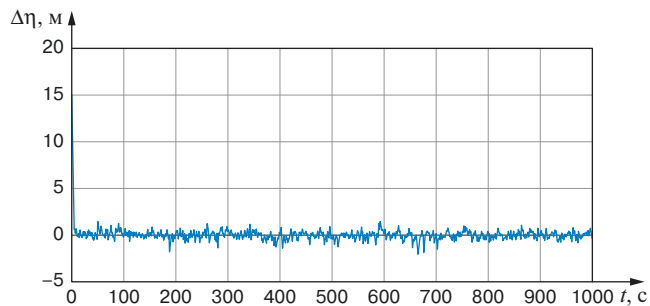


Рис. 1. Погрешность оценки координаты η РТК для СНС средней точности

Fig. 1. Coordinate η estimation error of robotic systems for medium accuracy satellite navigation systems

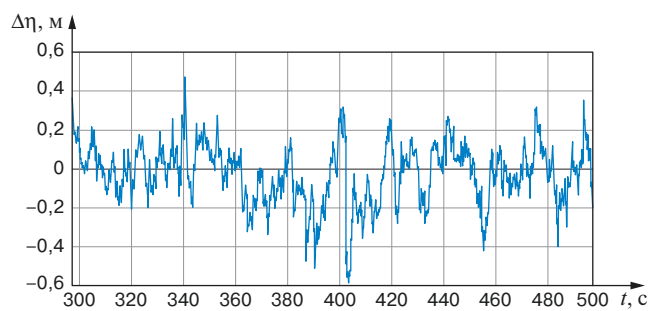


Рис. 2. Фрагмент изменения погрешности оценки координаты η на временном интервале [300; 500] с

Fig. 2. Fragment of the change of the coordinate η estimation error on the time interval of [300; 500] s

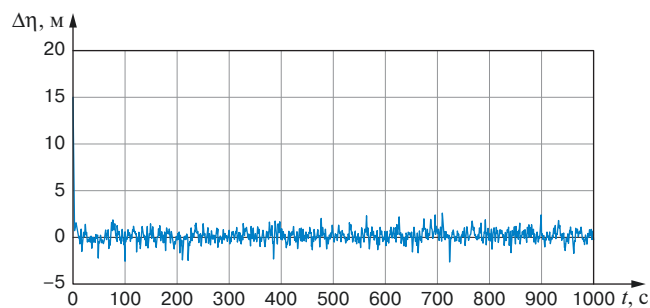


Рис. 3. Погрешность оценки координаты η для СНС низкой точности

Fig. 3. Coordinate η estimation error for low accuracy satellite navigation systems

режиме возрастает до 4,1 м. Но здесь следует иметь в виду, что для объектов с СНС низкой точности подобный уровень погрешностей позиционирования существенно превышает требуемый на сегодняшний день (10 м).

Обсуждение и заключение. Приведенные результаты численного моделирования позволяют сделать выводы, во-первых, о достижении поставленной в работе цели, а во-вторых, сформулировать основные преимущественные особенности предложенного алгоритма по сравнению с традиционными методами позиционирования РТК, а именно:

• учет стохастической динамики наблюдаемого объекта;

• устойчивость определения пространственной ориентации РТК, прежде всего, даже при деградации наблюдаемой спутниковой группировки (за счет достаточного наличия только одного спутника для решения задачи навигации), а также в силу принципиальной принадлежности оценок всех пространственных координат текущему программному траекторному интервалу, обусловленной их аналитическими зависимостями от одной оцениваемой координаты;

• минимальная размерность алгоритма стохастической оценки текущих координат РТК (т. е. минимальный объем вычислительных затрат для бортового вычислителя).

Некоторым ограничением рассмотренного подхода является необходимость наличия программной траектории РТК, но для широкого класса подвижных РТК общего и специального назначения (наземных, воздушных и морских) данный недостаток критичным не является. В целом результаты численного эксперимента в совокупности с отмеченными выше преимущественными особенностями предложенного метода позволяют сделать вывод о возможности его эффективного практического применения для позиционирования подвижных РТК широкого назначения при рассмотренном выше комплексировании электронных карт и первичных спутниковых навигационных измерений.

Финансирование: авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

Funding: the authors received no financial support for the research, authorship, and publication of this article.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов и не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах.

Conflict of interest: the authors declare no conflict of interest and no financial interests in any material discussed in this article.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Bhatti J., Humphreys T. Hostile control of ships via false GPS signals: Demonstration and detection. *NAVIGATION: Journal of The Institute of Navigation*. 2017;64(1):51–66. <https://doi.org/10.1002/navi.183>.
2. Nadler A., Bar-Itzhack I. Y. An Efficient Algorithm For Attitude Determination Using GPS. In: *Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1998)*. [S. l.]; 1998. p. 1783–1789.
3. Соловьев Ю. А. Системы спутниковой навигации. М.: Эко-Трендз, 2000. 270 с.
4. Solov'ev Yu. A. *Satellite navigation systems*. Moscow: Eko-Trendz Publ.; 2000. 270 p. (In Russ.).
5. Closas P., Luise M., Avila-Rodriguez J., Hegarty C., Lee J. Advances in signal processing for GNSSs [From the Guest Editors]. *IEEE Signal Processing Magazine*. 2017;34(5):12–15. <https://doi.org/10.1109/msp.2017.2716318>.

5. Яценков В. С. Основы спутниковой навигации. Системы GPS NAVSTAR и ГЛОНАСС. М.: Горячая линия-Телеком, 2005. 272 с.

Yatsenkov V. S. *Fundamentals of satellite navigation. GPS, NAVSTAR and GLONASS systems*. Moscow: Goryachaya liniya-Telekom Publ.; 2005. 272 p. (In Russ.).

6. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / В. С. Шебшаевич [и др.]; под ред. В. С. Шебшаевича. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1993. 414 с.

Shebshayevich V. S., Dmitriyev P. P., Ivantsevich I. V., Kalugin A. V., Kovalevskiy E. G., Kudryavtsev I. V., et al. *Network satellite radio-navigation systems*. 2nd ed., revised and expanded. Moscow: Radio i svyaz' Publ.; 1993. 414 p. (In Russ.).

7. Amin M. G., Closas P., Broumandan A., Volakis J. Vulnerabilities, threats, and authentication in satellite-based navigation systems. *Proceedings of the IEEE*. 2016;104(6):1169–1173. <https://doi.org/10.1109/jproc.2016.2550638>.

8. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. Изд. 4-е, перераб. М.: Радиотехника, 2010. 800 р.

Perov A. I., Kharisov V. N. (eds.) *GLONASS. Principal structure and functions*. 4th ed., revised. Moscow: Radiotekhnika Publ.; 2010. 800 p. (In Russ.).

9. Closas P., Fernandez-Prades C., Fernandez-Rubio J. A. A Bayesian approach to multipath mitigation in GNSS receivers. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*. 2009;3(4):695–706. <https://doi.org/10.1109/jstsp.2009.2023831>.

10. Ferrero A., Ferrero R., Jiang W., Salicone S. The Kalman Filter Uncertainty Concept in the Possibility Domain. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. 2019;68(11):4335–4347. <https://doi.org/10.1109/tim.2018.2890317>.

11. Al Bitar N., Gavrilov A. A novel approach for aiding unscented Kalman filter for bridging GNSS outages in integrated navigation systems. *NAVIGATION: Journal of The Institute of Navigation*. 2021;68(3):521–539. <https://doi.org/10.1002/navi.435>.

12. Wang D., Ly H., Wu J. Augmented Cubature Kalman filter for nonlinear RTK/MIMU integrated navigation with non-additive noise. *Measurement*. 2017;97:111–125. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2016.10.056>.

13. Celentano L., Basin M. V. Optimal Estimator Design for LTI Systems with Bounded Noises Disturbances and Nonlinearities Circuits Systems and Signal Processing. *Circuits, Systems and Signal Processing*. 2021;40:3266–3285. <https://doi.org/10.1007/s00034-020-01635-z>.

14. Dunik J., Biswas S. K., Dempster A. G., Pany T., Closas P. State Estimation Methods in Navigation: Overview and Application. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*. 2020;35(12):16–31. <https://doi.org/10.1109/maes.2020.3002001>.

15. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 2004. 608 р.

Tikhonov V. I., Kharisov V. N. *Statistical analysis and synthesis of radio engineering devices and systems*. Moscow: Radio i svyaz' Publ.; 2004. 608 p. (In Russ.).

16. Langel S., Crespillo O. G., Joerger M. Overbounding the effect of uncertain Gauss-Markov noise in Kalman filtering Navigation. *NAVIGATION: Journal of The Institute of Navigation*. 2021;68(2):259–276. <https://doi.org/10.1002/navi.419>.

17. Asgari M., Khaloozadeh H. Robust extended Kalman filtering for nonlinear systems with unknown input: a UBB model approach. *IET Radar, Sonar and Navigation*. 2020;14(11):1837–1844. <https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2020.0258>.

18. Miller B. M., Kolosov K. S. Robust estimation based on the least absolute deviations method and the Kalman filter. *Automation and Remote Control*. 2020;81(11):1994–2010. <https://doi.org/10.1134/s0005117920110041>.

19. Simandl M., Kralovec J. Filtering, prediction and smoothing with Gaussian sum representation. *IFAC Proceedings Volumes*. 2020;33(15):1157-1162. [https://doi.org/10.1016/s1474-6670\(17\)39910-x](https://doi.org/10.1016/s1474-6670(17)39910-x).

20. Охотников А.Л., Цветков В.Я., Козлов А.В. Алгоритмы транспортных киберфизических систем // Железнодорожный транспорт. 2021. № 12. С. 49–53. EDN: <https://elibrary.ru/kjwwmq>.

Okhotnikov A. L., Tsvetkov V. Ya., Kozlov A. V. Algorithms of transport cyber-physical systems. *Zheleznodorozhnyy transport*. 2021;(12):49-53. (In Russ.). EDN: <https://elibrary.ru/kjwwmq>.

21. Kucherenko P. A., Sokolov S. V. Analytical Solution of the Navigation Problem on the Orthodromic Trajectory in the Greenwich Co-ordinate System. *Mechanics of Solids*. 2018;53:133-134. <https://doi.org/10.3103/s0025654418050114>.

22. Kucherenko P. A., Sokolov S. V. Analytical Approximation of Functional Dependences of the Geodesic Line Parameters. *Mechanics of Solids*. 2020;55(8):1210-1215. <https://doi.org/10.3103/s0025654420080130>.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Сергей Викторович СОКОЛОВ,

д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой информатики и вычислительной техники, Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ, 111024, г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8а); главный научный сотрудник, научный отдел, департамент научных исследований, аналитики и совершенствования научно-технической деятельности, Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи на железнодорожном транспорте (НИИАС, 107078, г. Москва, Орликов пер., д. 5), Author ID: 3225, <https://orcid.org/0000-0002-5246-841X>

Андрей Леонидович ОХОТНИКОВ,

заместитель начальника Департамента — начальник отдела стратегического развития, Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи на железнодорожном транспорте (НИИАС, 107078, г. Москва, Орликов пер., д. 5), Author ID: 916989, <https://orcid.org/0000-0002-2863-5863>

Даниил Витальевич МАРШАКОВ,

канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры информатики и вычислительной техники, Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ, 111024, г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8а), Author ID: 773295, <https://orcid.org/0000-0001-5795-8146>

Ирина Витальевна РЕШЕТНИКОВА,

канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры инфокоммуникационных технологий и систем связи, Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ, 111024, г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8а), Author ID: 519983, <https://orcid.org/0000-0001-7318-7396>

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Sergey V. SOKOLOV,

Dr. Sci. (Eng.), Professor, Head of the Department of Informatics and Computer Engineering, Moscow Technical University of Communications and Informatics (111024, Moscow, 8a, Aviamotornaya St.); Chief Researcher, Scientific Department, Department of Scientific Research, Analytics and Improvement of Scientific and Technical Activity, Research and Design Institute of Informatization, Automation and Communication on Railway

Transport (107078, Moscow, 5, Orlikov Lane), Author ID: 3225, <https://orcid.org/0000-0002-5246-841X>

Andrey L. OKHOTNIKOV,

Deputy Head of the Department – Head of the Strategic Development Department, Research and Design Institute of Informatization, Automation and Communication on Railway Transport (107078, Moscow, 5, Orlikov Lane), Author ID: 916989, <https://orcid.org/0000-0002-2863-5863>

Daniil V. MARSHAKOV,

Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Informatics and Computer Engineering, Moscow Technical University of Communications and Informatics (111024, Moscow, 8a, Aviamotornaya St.), Author ID: 773295, <https://orcid.org/0000-0001-5795-8146>

Irina V. RESHETNIKOVA,

Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Associate Professor of Infocommunication Technologies and Communication Systems, Moscow Technical University of Communications and Informatics (111024, Moscow, 8a, Aviamotornaya St.), Author ID: 519983, <https://orcid.org/0000-0001-7318-7396>

ВКЛАД АВТОРОВ

Сергей Викторович СОКОЛОВ. Формулировка цели и методологии исследования, выводы (35%).

Андрей Леонидович ОХОТНИКОВ. Подготовка, организация и выполнение испытаний, анализ опытных данных, описание результатов (25%).

Даниил Витальевич МАРШАКОВ. Научное сопровождение испытаний, анализ результатов, написание статьи (20%).

Ирина Витальевна РЕШЕТНИКОВА. Анализ исходных данных, описание результатов, выводы (20%).

CONTRIBUTION OF THE AUTHORS

Sergey V. SOKOLOV. Formulation of research objective and methodology, conclusions (35%).

Andrey L. OKHOTNIKOV. Preparation, organisation and execution of trials, test data analysis, description of results (25%).

Daniil V. MARSHAKOV. Scientific support of the tests, analysis of results, writing the article (20%).

Irina V. RESHETNIKOVA. Raw data analysis, description of results, conclusions (20%).

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

The authors have read and approved the final manuscript.

Статья поступила в редакцию 17.07.2024, рецензия от первого рецензента получена 06.08.2024, рецензия от второго рецензента получена 27.08.2024, рецензия от третьего рецензента получена 28.08.2024, принята к публикации 30.08.2024.

The article was submitted 17.07.2024, first review received 06.08.2024, second review received 27.08.2024, third review received 28.08.2024, accepted for publication 30.08.2024.