



ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Оригинальная научная статья

УДК 621.316.13:625.141

EDN: <https://elibrary.ru/cxyfvu>

DOI: <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2025-84-4-251-261>

Научная специальность: 2.9.3. Подвижной состав железных дорог, тяга поездов и электрификация



Разработка модели определения разности потенциалов между рельсом и землей на участках электрифицированных железных дорог переменного тока

Е. Д. Винникова✉, А. Б. Косарев

Научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта (ВНИИЖТ),
Москва, Российская Федерация

АННОТАЦИЯ

Введение. Активное применение геосинтетических материалов при модернизации железнодорожного пути для повышения его механической стабильности приводит к значительному увеличению электрического сопротивления балластного слоя. Это создает серьезную проблему для электрифицированных железных дорог переменного тока, так как нарушает нормальное растекание обратных тяговых токов и приводит к возникновению опасных разностей потенциалов между рельсом и землей. Целью исследования является разработка и верификация физико-математической модели определения разности потенциалов между рельсом и землей на участках электрифицированных железных дорог переменного тока для количественной оценки потенциала и анализа влияния структуры балластной призмы на его распределение.

Материалы и методы. Для решения задачи была разработана уточненная физико-математическая модель на основе метода конечных элементов. Данный метод позволяет учесть пространственную неоднородность электрических параметров пути. Модель интегрирует сопротивления различных элементов конструкции пути: рельсов, шпал, балласта и земляного полотна. Для валидации модели были проведены натурные эксперименты на Экспериментальном кольце АО «ВНИИЖТ».

Результаты. Экспериментальные исследования подтвердили адекватность разработанной модели. Результаты расчетов продемонстрировали высокую степень соответствия с данными натурных измерений распределения потенциала вдоль пути. В результате проведенной работы создан инструмент для решения прикладных задач, связанных с определением разности потенциалов между рельсом и землей.

Обсуждение и заключение. Сравнение опытных и расчетных данных уточненной физико-математической модели показывает, что разработанная модель является эффективным инструментом для прогнозирования потенциально опасных участков на этапе проектирования верхнего строения пути.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: электрифицированные железные дороги, тяговое электроснабжение, разность потенциалов между рельсом и землей, сопротивление балласта, обратный тяговый ток, физико-математическая модель

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Винникова Е.Д., Косарев А.Б. Разработка модели определения разности потенциалов между рельсом и землей на участках электрифицированных железных дорог переменного тока // Вестник Научно-исследовательского института железнодорожного транспорта (Вестник ВНИИЖТ). 2025. Т. 84, №4. С. 251–261. EDN: <https://elibrary.ru/cxyfvu>



TECHNICAL MEANS OF RAILWAY TRANSPORT

Original article

UDK 621.316.13:625.141

EDN: <https://elibrary.ru/cxyfvu>

DOI: <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2025-84-4-251-261>

Scientific specialty: 2.9.3. Railway rolling stock, train traction and electrification



Model development for determining the potential difference between rail and ground on electrified AC railways sections

Elena D. Vinnikova✉, Alexander B. Kosarev

Railway Research Institute,
Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. The active use of geosynthetic materials in the modernisation of railway track in order to enhance its mechanical stability leads to a significant increase in the electrical ballast layer resistance. This presents challenge for electrified AC railways, as it disrupts the normal flow of reverse traction currents and leads to dangerous potential differences between the rail and the ground. The aim of the study is to develop and verify a physical-mathematical model for the assessment of potential difference between the rail and the ground on electrified AC railways sections for a quantitative assessment of rail potential and analysis of the effect of the ballast prism structure on its distribution.

Materials and methods. In order to solve the problem, the authors developed a refined physical-mathematical model based on the finite element method, which allows to consider the spatial heterogeneity of the electrical parameters of the pipe. The model integrates the resistance of various structural elements of the track: rails, sleepers, ballast and roadbed. Field experiments were conducted on the Experimental Loop of the Railway Research Institute to validate the model.

Results. Experimental studies confirmed the adequacy of the developed model. The calculation results demonstrated a high degree of consistency with the field measurements data of the potential distribution along the way. As a result of the work carried out, a tool has been created for solving applied problems related to determining the potential difference between the rail and the ground.

Discussion and conclusion. Comparison of the experimental and calculated data of the refined physical-mathematical model shows that the developed model is presented as an effective tool for predicting potentially dangerous sections at the ballastless track superstructure design.

KEYWORDS: electrified railways, traction power supply, potential difference between rail and ground, ballast resistance, reverse traction current, physical-mathematical model

FOR CITATION: Vinnikova E. D., Kosarev A. B. Model development for determining the potential difference between rail and ground on electrified AC railways sections. *Russian Railway Science Journal*. 2025;84(4):251–261. (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2025-84-4-251-261>.

Введение. В соответствии со стратегией развития холдинга «РЖД» на период до 2030 года¹ одной из ключевых задач повышения надежности и эффективности эксплуатации железнодорожной инфраструктуры является модернизация железнодорожного пути на наиболее грузонапряженных направлениях. Для достижения этой цели за последние годы были выполнены значительные работы по усилению и совершенствованию путевого хозяйства, разработаны современные технологические и инновационные решения, направленные на увеличение пропускных и провозных способностей железных дорог.

Усиление искусственных сооружений и земляного полотна является одним из основных направлений развития и совершенствования путевого хозяйства. При восстановлении и строительстве железнодорожных путей для увеличения устойчивости и прочности грунтов, а также снижения деформации земляного полотна применяют геосинтетические материалы, например геотекстиль. Применение геосинтетических материалов в качестве разделительного слоя конструкции железнодорожного пути является типовым решением в соответствии с технологическими процессами на производство ремонтов² (рис. 1).

К геосинтетическим материалам применяются требования по стойкости к вредным воздействиям, прочности и деформативности, гидравлическим и теплофизическими характеристикам, геометрическим размерам и весу элементов. При этом нормирование их электри-

ческих характеристик не осуществляется, и в технических характеристиках материалах обычно эта информация не указывается [1], в то же время данный материал, как правило, обладает высоким электрическим сопротивлением. Это особенно важно для электрифицированных железнодорожных участков, где электрическое сопротивление используемых материалов может привести к изменению распределения обратных тяговых токов и возникновению опасных разностей потенциалов между рельсом и землей.

Проблеме моделирования распределения потенциалов вдоль железнодорожного пути посвящен ряд научных работ. Традиционные подходы, основанные на теории однородных длинных линий [2–4], хорошо зарекомендовали себя для расчета усредненных параметров на протяженных участках. Однако, как показано в [5, 6], одной из характеристик рельсовой сети является пространственная неоднородность ее параметров, которая обусловлена использованием различных материалов в структуре балластной призмы, использованием различных типов рельсовых скреплений и другими факторами.

В работе [7] подтверждено влияние геосинтетических материалов на сопротивление балласта, но не предложено расчетной методики. Исследования [8, 9] рассматривают отдельные аспекты проблемы, не содержат комплексной модели, учитывающей пространственное изменение электрических параметров железнодорожного полотна.

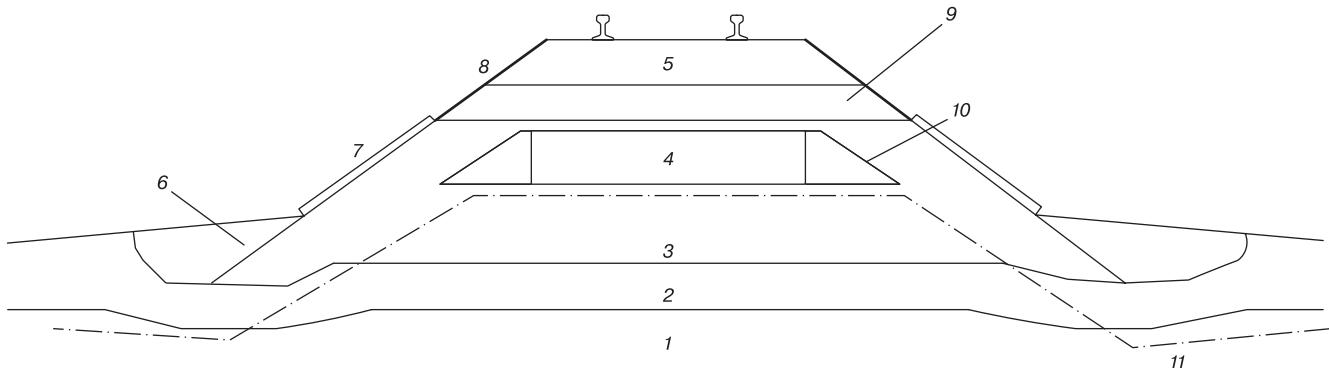


Рис. 1. Пример использования геосинтетических материалов в конструкциях земляного полотна и его обустройстве*:

1 — вечномерзлый грунт; 2 — песок; 3 — твердомерзлый песчаный грунт; 4 — пенополистирол; 5 — скальный грунт; 6 — песчаный грунт; 7 — укрепление траверсой; 8 — георешетка на откосах; 9 — сухомерзлый или твердомерзлый песок; 10 — обойма из геотекстиля; 11 — граница вечномерзлого грунта

* Источник: данные авторов

Fig. 1. Usage example of geosynthetic materials in construction and development of roadbed*:

1 — permafrost soil; 2 — sand; 3 — hard frozen sand ground; 4 — polystyrene; 5 — rocky soil; 6 — sand ground; 7 — traverse stabilisation; 8 — geogrid reinforcement; 9 — dry frozen sand; 10 — geotextile mat; 11 — permafrost soil boundary

* Source: authors' data

¹ Стратегия развития холдинга «РЖД» на период до 2030 года (основные положения): утв. Советом директоров ОАО «РЖД» от 23 декабря 2013 г. № 19.

² Технические условия на работы по реконструкции (ремонту) железнодорожного пути: утв. распоряжением ОАО «РЖД» от 18 января 2013 г. № 75р.

Таким образом, проведенный анализ выявил необходимость разработки и верификации физико-математической модели определения разности потенциалов между рельсом и землей на участках электрифицированных железных дорог переменного тока с учетом неоднородности электрических параметров.

Материалы и методы. Электрическая модель железнодорожного пути. В общем случае цепь передачи электрической энергии в тяговом электроснабжении переменного тока можно разделить на части, представляющие систему тягового электроснабжения, включающую в себя тяговые подстанции, питающие и отсасывающие линии, контактную сеть, потребителей электрической энергии — электроподвижной состав, и обратную тяговую сеть, по которой тяговые токи возвращаются на тяговую подстанцию. С точки зрения электротехники железнодорожный путь представляет собой часть пути протекания обратного тягового тока в связи с тем, что рельсы практически невозмож но изолировать от земли, и часть обратного тягового тока, протекающего от электроподвижного состава к тяговой подстанции, проходит по земле, в том числе и по балластной призме [5]. Модель³ и схема замещения железнодорожного пути представлены на рис. 2.

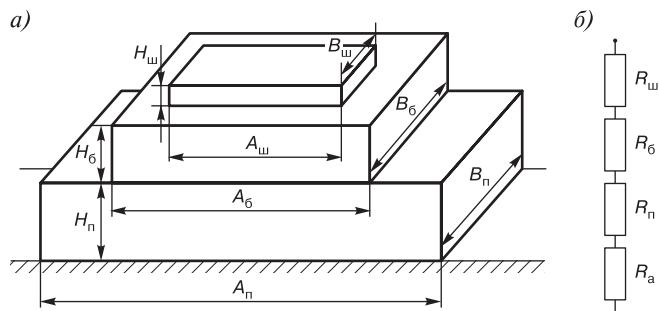


Рис. 2. Модель (а) и схема замещения (б) для определения переходного сопротивления «рельс — земля»*: $H_{ш}, H_{б}, H_{п}$ — толщина шпалы, высота балласта, высота земляного полотна, м; $A_{ш}, A_{б}, A_{п}$ — длина шпалы, средняя ширина балласта,

средняя ширина земляного полотна, м; $B_{ш}, B_{б}, B_{п}$ — средняя ширина шпалы, длина участка балласта, длина участка земляного полотна, м; $R_{ш}, R_{б}, R_{п}, R_{a}$ — электрическое сопротивление шпалы, балласта, земляного полотна, растеканию тока в земле, Ом

* Источник: а — [Карякин Р. Н. Тяговые сети переменного тока]; б — данные авторов

Fig. 2. Model (a) and substitution scheme (b) for determining rail-to-earth resistance*:

$H_{ш}, H_{б}, H_{п}$ — sleeper thickness, ballast height, roadbed height, m; $A_{ш}, A_{б}, A_{п}$ — sleeper length, ballast average length, roadbed average length, m; $B_{ш}, B_{б}, B_{п}$ — sleeper average length, ballast section length, roadbed section length, m; $R_{ш}, R_{б}, R_{п}, R_{a}$ — electrical resistance of sleeper, ballast, roadbed, and current spreading in the ground, Ohm

* Source: а — [Karyakin R. N. AC traction networks]; б — authors' data

В расчетах, как правило, используется допущение, что рельсы заземлены и разностью потенциалов между рельсом и землей можно пренебречь, однако использование геотекстиля в конструкции железнодорожного пути приводит к изменению его электрических характеристик [7] и, как следствие, увеличению сопротивления балласта [5] и изменению распределения обратного тягового тока, протекающего к тяговой подстанции, что может привести к нарушению работы устройств, подключенных к рельсам.

Анализ существующих моделей. Принято считать, что рельсовый путь представляет собой длинную линию, характеризующуюся продольным сопротивлением и поперечным или переходным сопротивлением «рельс — земля». Такую длинную линию также называют цепью с распределенными параметрами, при этом в случае равномерного распределения параметров цепи вдоль линии она называется однородной (рис. 3)⁴.

Первичные параметры длинной линии разделяются на продольные и поперечные, отнесенные к единице ее длины. К продольным параметрам относится сопротивление R и индуктивность L , к поперечным — проводимость G и емкость C . Определяют значение напряжения и тока в любой точке длинной линии x из решения следующей системы уравнений⁵:

$$\begin{cases} \frac{U}{I} = \frac{U_1}{I_1} \operatorname{ch} \gamma x - \frac{I_1 Z_B}{I_1} \operatorname{sh} \gamma x; \\ I = I_1 \operatorname{ch} \gamma x - (\frac{U_1}{Z_B}) \operatorname{sh} \gamma x, \end{cases} \quad (1)$$

где Z_B — волновое сопротивление рельсовой сети, Ом;

U_1 — напряжение в начале длинной линии, В;

I_1 — ток в начале длинной линии, А;

γ — коэффициент распространения рельсовой сети, 1/км.

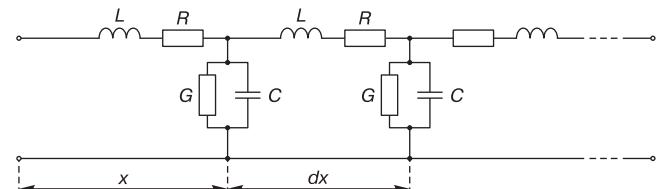


Рис. 3. Схема замещения длинной линии*:

R — сопротивление; L — индуктивность;

G — проводимость; C — емкость

* Источник: [Лукманов В. С. Теоретические основы электротехники. Теория линейных и нелинейных электрических и магнитных цепей]

Fig. 3. Long line replacement circuit*:

R — resistance; L — inductance; G — conductivity; C — capacity

* Source: [Lukmanov V. S. Theoretical foundations of electrical engineering. Theory of linear and nonlinear electric and magnetic circuits]

³ Карякин Р. Н. Тяговые сети переменного тока: производств. изд. М.: Транспорт, 1987. 279 с.

⁴ Лукманов В. С. Теоретические основы электротехники. Теория линейных и нелинейных электрических и магнитных цепей: учебное пособие. Уфа: РИК УГАТУ, 2019. 219 с.

⁵ Там же.

Определяют значение напряжения и тока в конце длинной линии l из системы уравнений⁶:

$$\begin{cases} \underline{U}_2 = \underline{U}_1 \operatorname{ch} \gamma l - I_1 Z_b \operatorname{sh} \gamma l; \\ I_2 = I_1 \operatorname{ch} \gamma l - (\underline{U}_1 / Z_b) \operatorname{sh} \gamma l. \end{cases} \quad (2)$$

Определить зависимость напряжения в начале длинной линии и тока от напряжения в конце длинной линии и тока в ее конце можно путем решения системы уравнений относительно искомых напряжения и тока⁷:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{U}_2 \operatorname{ch} \gamma l + I_2 Z_b \operatorname{sh} \gamma l; \\ I_1 = I_2 \operatorname{ch} \gamma l + (\underline{U}_2 / Z_b) \operatorname{sh} \gamma l. \end{cases} \quad (3)$$

В работе⁸ представлена следующая модель рельсовой сети с двусторонним питанием (рис. 4).

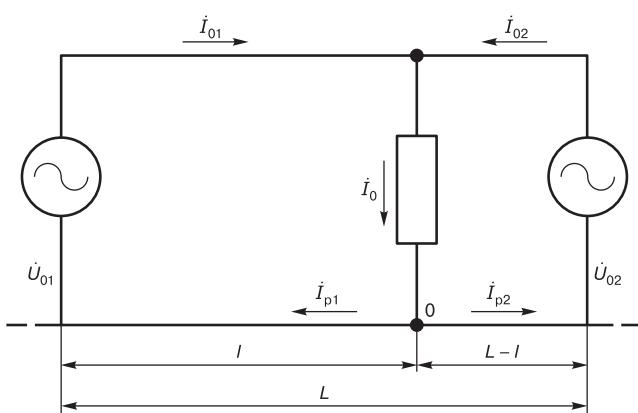


Рис. 4. Модель рельсовой сети при двустороннем питании и произвольном количестве нагрузок*:

\dot{I}_0 — ток, потребляемый электроподвижным составом; \dot{I}_{01} , \dot{I}_{02} — токи, протекающие к электроподвижному составу от первой и второй тяговой подстанции; \dot{I}_{p1} , \dot{I}_{p2} — токи, протекающие от электроподвижного состава к отсыпающим линиям первой и второй тяговой подстанции; L — протяженность межподстанционной зоны; l — расстояние от первой тяговой подстанции до нагрузки

* Источник: [Карякин Р. Н. Тяговые сети переменного тока]

Fig. 4. Rail network model with two-way power supply and arbitrary number of loads*:

\dot{I}_0 — current consumed by electric rolling stock;
 \dot{I}_{01} , \dot{I}_{02} — currents flowing to the electric rolling stock from first and second traction substation; \dot{I}_{p1} , \dot{I}_{p2} — currents flowing from electric rolling stock to suction lines of first and second traction substation; L — inter-substation zone length; l — distance from first traction substation to load

* Source: [Karyakin R. N. AC traction networks]

В данной модели для определения величины потенциала в любой точке с координатой x , находящейся слева от нагрузки, необходимо воспользоваться формулой:

$$\Phi_{\pi(x)i} = \frac{1}{2} \cdot Z_b \cdot (1 - \mu) \cdot \dot{I}_{0i} \times \left(e^{-\gamma \cdot x} - \left(1 - \frac{l}{L} \right) \cdot e^{-\gamma \cdot (l+x)} - \frac{l}{L} \cdot e^{-\gamma \cdot (L-l+x)} \right), \quad (4)$$

где μ — относительное сопротивление взаимоиндукции между рельсом и контактной сетью.

Для определения величины потенциала в любой точке с координатой x , находящейся справа от нагрузки, необходимо воспользоваться формулой:

$$\Phi_{\pi(x)i} = \frac{1}{2} \cdot Z_b \cdot (1 - \mu) \cdot \dot{I}_{0i} \times \left(e^{-\gamma \cdot x} - \left(1 - \frac{l}{L} \right) \cdot e^{-\gamma \cdot (l+x)} - \frac{l}{L} \cdot e^{-\gamma \cdot (L-l-x)} \right). \quad (5)$$

Данная методика используется для определения максимальных потенциалов между рельсом и землей для двустороннего питания межподстанционной зоны с учетом влияния всех единиц электроподвижного состава, расположенных на расчетном участке.

Рассмотренные выше методы определения разности потенциалов между рельсом и землей, а также ряд альтернативных методов^{9, 10, 11} [10] основаны на представлении рельсовой сети как однородной линии, где в качестве переходного сопротивления «рельс — земля» принимают усредненное значение для всего рассчитываемого участка. В то же время особенностью рельсовых сетей является неоднородность их электрических параметров, вызванная использованием различных материалов в структуре балластной призмы и применением широкого спектра рельсовых скреплений. Такая неоднородность приводит к неравномерному изменению распределения разности потенциалов между рельсом и землей вдоль железнодорожного пути.

Уточненная физико-математическая модель. Схема замещения, представленная на рис. 5, предложена впервые для разработанной модели и основана на схеме замещения железнодорожного пути (рис. 2) и использовании метода конечных элементов¹², согласно

⁶ Там же.

⁷ Там же.

⁸ Карякин Р. Н. Тяговые сети переменного тока.

⁹ Дмитренко И. Е., Сапожников В. Б., Дьяков Д. В. Измерение и диагностирование в системах автоматики, телемеханики и связи: учеб. для вузов. М.: Транспорт, 1994. 263 с.

¹⁰ Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учеб. для вузов. М.: Высшая школа, 1978. 528 с.

¹¹ Крамаренко Е. Р. Методы измерения сопротивления изоляции в рельсовых цепях железнодорожной автоматики и телемеханики: метод. указания. Хабаровск: ДВГУПС, 2012. 31 с.

¹² Карпова И. М., Титков В. В. Компьютерные технологии в науке и производстве. Расчет физических полей в электроэнергетике: учебное пособие. СПб: СПбГПУ, 2010. 212 с.

которому схему замещения обратной тяговой рельсовой сети можно разбить на отдельные части, имеющие соединение друг с другом в узлах и называющиеся конечными элементами. Пример такого элемента для однопутного участка показан в пределах пунктирного прямоугольника на рис. 5. Конечные элементы имеют одинаковое строение и не содержат сложных структур. Метод конечных элементов используется в электроэнергетике как универсальный способ численного решения инженерных задач, связанных с моделированием физических процессов.

Использование в смежных элементах различных величин сопротивлений позволяет учитывать неоднородность электрических параметров рельсовой сети и земляного полотна, что в основном не учитывается в существующих моделях. Кроме того, при необходимости, возможно одновременное использование конечных элементов разных размеров при проведении одного расчета, что позволит получать более точные данные там, где это необходимо, оптимизируя время расчета и объем используемых ресурсов.

В разработанной модели необходимо учитывать и наличие междупутных соединителей в конечном элементе обратной тяговой рельсовой сети, а также место присоединения к рельсам отсасывающей линии тяговой подстанции. На рис. 6 в выделенном элементе

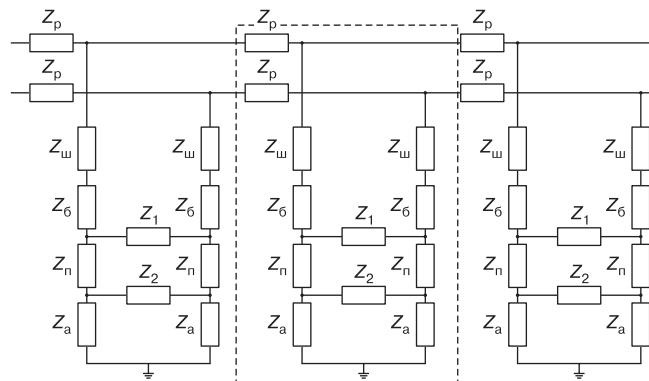


Рис. 5. Уточненная физико-математическая модель расчета разности потенциала между рельсом и землей*:

$Z_{\text{ш}}$, $Z_{\text{б}}$, $Z_{\text{п}}$, $Z_{\text{р}}$, Z_1 , Z_2 — электрическое сопротивление шпалы, балласта, земляного полотна, растеканию тока в земле, рельсовой

нити, между балластом двух рельсовых нитей при наличии геосинтетических материалов, между земляным полотном двух рельсовых нитей при наличии геосинтетических материалов

для одного элемента, Ом

* Источник: данные авторов

Fig. 5. Refined physical-mathematical model for calculating the potential difference between rail and ground*:

$Z_{\text{ш}}$, $Z_{\text{б}}$, $Z_{\text{п}}$, $Z_{\text{р}}$, Z_1 , Z_2 — electrical resistance of sleeper, ballast, roadbed, and current spreading in the ground, rail string, considering geosynthetic materials presence, between ballast of two-rail string, considering geosynthetic materials presence, for one element, Ohm

* Source: authors' data

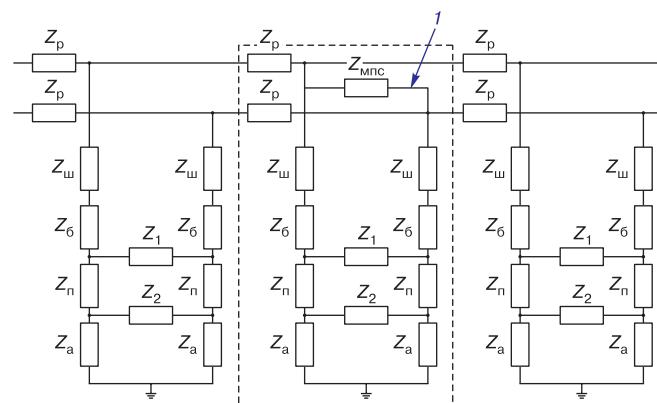


Рис. 6. Конечный элемент обратной тяговой рельсовой сети с наличием междупутного соединителя (1)*:

Z_{mpc} — электрическое сопротивление междупутного соединителя

* Источник: данные авторов

Fig.6. Finite element of a reverse traction rail network with inter-track connector (1)*:

Z_{mpc} — electrical resistance of the inter-path connector

* Source: authors' data

схемы замещения обратной тяговой рельсовой сети установлен междупутный соединитель (поз. 1).

Таким образом, для расчета системы тягового электроснабжения с учетом растекания тока в обратной тяговой рельсовой сети авторами разработаны следующие методы:

- метод раздельного расчета системы тягового железнодорожного электроснабжения и обратной тяговой рельсовой сети. В данном случае расчет разделяется на два этапа — на первом выполняется моделирование системы тягового электроснабжения железнодорожного транспорта, включая построение схем замещения всех ее элементов и учет взаимной индуктивности. Определяются токи нагрузки и токи в отсасывающих линиях. На втором, используя полученные значения токов нагрузки (информация о втекающих токах) и токов в отсасывающих линиях (информация о вытекающих токах), производится расчет параметров обратной тяговой сети. На электрифицированных участках переменного тока дополнительно на втором этапе расчета необходимо учитывать наведенное напряжение в рельсах;

- метод комплексного расчета системы тягового железнодорожного электроснабжения и обратной тяговой рельсовой сети. Метод предполагает создание единой расчетной модели, включающей все элементы цепи протекания тока: тяговые подстанции, контактную сеть, электроподвижной состав, обратную тяговую сеть, включая железнодорожный путь. Такой подход позволяет учесть взаимное влияние всех компонентов системы в едином расчетном пространстве.

Оба метода имеют свои преимущества: раздельный расчет проще в реализации и требует использования меньшего количества вычислительных ресурсов,

в то время как комплексный расчет обеспечивает более точные результаты за счет учета всех взаимосвязей в единой системе.

Для расчетов использовались уравнения узловых напряжений, сформированных методом узловых потенциалов. В матричном виде система может быть представлена следующим образом [11]:

$$\underline{Y} \dot{\underline{U}} = \underline{J}, \quad (6)$$

где \underline{Y} — матрица узловых проводимостей, См;

$\dot{\underline{U}}$ — вектор-столбец узловых напряжений;

\underline{J} — вектор-столбец задающих токов.

Согласно ГОСТ Р 57670–2017¹³ напряжения U_{yi} независимых узлов i при их количестве C_y в схеме замещения определяют как элементы столбца $[U_{yi}]$ из уравнения:

$$[U_{yi}] = [Y_{yij}]^{-1}([I_{yi}] - [M_{ip}][Y_{bpq}][E_p]), \quad (7)$$

где $[Y_{yij}]$ — матрица узловых проводимостей Y_{yij} , См;

$[I_{yi}]$ — столбец заданных токов I_{yi} в узлах, А;

$[M_{ip}]$ — определенная матрица соединений;

$[Y_{bpq}]$ — матрица проводимостей ветвей Y_{bpq} , См;

$[E_p]$ — столбец заданных ЭДС ветвей E_p , В.

Матрица узловых проводимостей определяется по следующей формуле:

$$[Y_{yij}] = [M_{ip}][Y_{bpq}][M_{ip}]_t, \quad (8)$$

где $[M_{ip}]_t$ — транспонированная матрица $[M_{ip}]$.

В качестве элементов M_{ip} принимают:

- 1, если узел i является начальной вершиной ветви p ;
- -1, если узел i является конечной вершиной ветви p ;
- 0, если узел i не связан с ветвью p .

Матрица проводимостей ветвей определяется по формуле:

$$[Y_{bpq}] = [Z_{pq}]^{-1}, \quad (9)$$

где $[Z_{pq}]$ — матрица собственных и взаимных сопротивлений Z_{pq} ветвей схемы, Ом.

Матрица собственных и взаимных сопротивлений для n проводов представляется следующим образом [11]:

$$[Z_{pq}] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где на главной диагонали размещены собственные сопротивления.

Собственные и взаимные сопротивления определяются по формулам, представленным в ГОСТ Р 57670–2017¹⁴ и [11], с учетом схем замещения (рис. 5 и рис. 6), для обратной тяговой рельсовой сети и для системы тягового электроснабжения¹⁵ железнодорожного транспорта.

В целях проведения расчетов по уточненной физико-математической модели был написан скрипт на языке программирования Python, что позволило значительно сократить время проведения расчета по сравнению с ручными методами.

Верификация модели. Для подтверждения возможности применения уточненной физико-математической модели было организовано и проведено экспериментальное исследование работы обратной тяговой рельсовой сети. В качестве полигона проведения испытаний был выбран второй кольцевой путь Экспериментального кольца АО «ВНИИЖТ», расположенный в г. Щербинка. Длина пути составляет 5,7 км с установленным ограничением скорости до 80 км/ч. Его основным функциональным назначением является проведение ресурсных испытаний грузовых вагонов и конструкций верхнего строения пути. На пути смонтирована контактная сеть, состоящая из несущего троса марки ПБСМ-120, двух контактных проводов марки МФ-100 и двух усиливающих проводов марки АС-185, иложен рельсовый путь из рельсов типа Р65, питающая линия выполнена проводом марки М-120 длиной 0,27 км. Электроснабжение осуществляется от тяговой подстанции Щербинка, на которой установлен силовой понижающий трансформатор ТДТНЖУ-40000/110-У1.

Основные характеристики проводов контактной сети и трансформатора приведены в табл. 1 и табл. 2 соответственно. Указанные технические параметры были использованы в уточненной физико-математической модели в качестве исходных данных для сравнения результатов расчета с опытными данными.

При проведении испытаний по второму кольцевому пути движение осуществляло грузовой состав с локомотивом переменного тока ВЛ80С. Движение осуществлялось в режиме постоянной скорости, что обеспечивало постоянство величины тока, потребляемого электровозом из контактной сети, и равномерное изменение координаты пути состава во времени относительно точки проведения измерений. Для проведения измерений была выбрана точка, расположенная

¹³ ГОСТ Р 57670–2017. Системы тягового электроснабжения железной дороги. Методика выбора основных параметров: введен в действие приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 15 сентября 2017 г. № 1130-ст. М.: Стандартинформ, 2017. 48 с.

¹⁴ ГОСТ Р 57670–2017. С. 43.

¹⁵ Там же. С. 41.

Таблица 1
Основные характеристики проводов тяговой сети*

Table 1

Main characteristics of traction power wires*

| Марка провода/рельса | Материал провода/рельса | Площадь поперечного сечения, мм^2 | Радиус, см | Удельное электрическое сопротивление провода, Ом/км |
|----------------------|-----------------------------------|--|------------|---|
| ПБСМ-120 | Биметалл (сталь — медь) | 120 | 0,7 | 0,382 |
| МФ-100 | Медь | 100 | 0,57 | 0,176 |
| АС-185 | Биметалл (сталь — алюминий) | 185 | 0,98 | 0,1591 |
| P65 | Сталь рельсовая ^{16, 17} | 8265 | 11,14 | 0,0254 |
| M-120 | Медь | 120 | 0,7 | 0,158 |

* Источник: ГОСТ Р 57670–2017 «Системы тягового электроснабжения железной дороги. Методика выбора основных параметров», ГОСТ Р 55647–2018 «Провода контактные из меди и ее сплавов для электрифицированных железных дорог. Технические условия», ГОСТ 4775–91 «Провода неизолированные биметаллические сталемедные. Технические условия»

* Source: GOST R 57670–2017 “Railway traction power supply systems. Methodology for selecting main parameters”, GOST R 55647–2018 “Copper contact wires and its alloys for electrified railways. Technical conditions”, GOST 4775–91 “Bare bimetallic steel-copper wires. Technical conditions”

Таблица 2
Основные характеристики трансформатора*

Table 2

Main characteristics of power transformer*

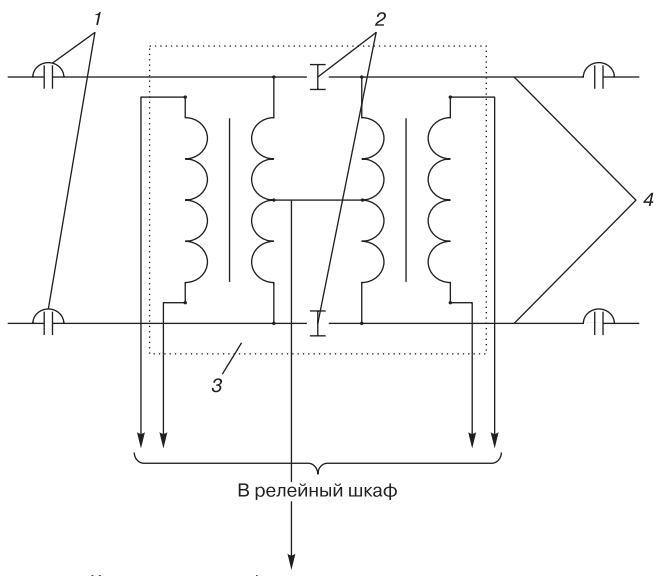
| Наименование трансформатора | $S_{T\text{nom}}$, кВА | U_k , % | P_{xx} , кВт | P_k , кВт | I_{xx} , % |
|-----------------------------|-------------------------|-----------|----------------|-------------|--------------|
| ТДТНЖУ-40000/110-У1 | 40 000 | 17,5 | 36 | 220 | 0,6 |

* Источник: таблица сформирована авторами на основании паспортных данных трансформатора

* Source: table is compiled by the authors according to the power transformer nameplate data

на расстоянии 1,8 км от тяговой подстанции Щербинка вблизи дроссель-трансформатора. Схема проведения измерений отображена на рис. 7.

При движении состава по пути в точке измерения при помощи осциллографа и мультиметра регистрировался ток, протекающий в перемычке дроссель-



К дроссель-трансформатору соседнего пути

Рис. 7. Схема проведения измерений*: 1 —стыковое соединение; 2 — изолирующий стык; 3 — дроссель-трансформатор; 4 — рельсы

* Источник: данные авторов

Fig. 7. Measurement scheme*: 1 — connection joint; 2 — insulated joint; 3 — impedance transformer; 4 — rails

* Source: authors' data

трансформатора, непрерывно фиксировалось значение напряжения между рельсом и землей, ток фидера тяговой подстанции, а также были сняты осциллограммы тока в отсасывающей линии (рис. 8) и потенциала между рельсом и удаленной землей (рис. 9) и фиксировались координаты поезда в разные моменты времени.

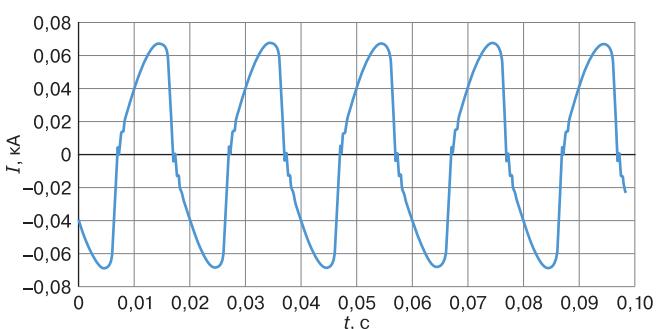


Рис. 8. Осциллограмма тока, полученная в результате измерений*

* Источник: данные авторов

Fig. 8. Current oscillogram according to measurement results*

* Source: authors' data

¹⁶ ГОСТ 8161–75. Рельсы железнодорожные типа Р65: введен в действие постановлением Государственного комитета стандартов Совета Министров СССР от 18 июня 1975 г. № 1573. М.: Издательство стандартов, 1977.

¹⁷ ГОСТ Р 51685–2013. Рельсы железнодорожные. Общие технические условия: введен в действие приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 14 октября 2013 г. № 1155-ст. М.: Стандартинформ, 2014. 95 с.

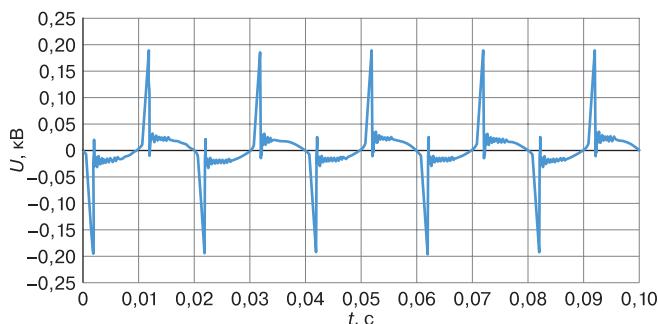


Рис. 9. Осциллографмма потенциала между рельсом и удаленной землей, полученная в результате измерений*

* Источник: данные авторов

Fig. 9. Oscillogram of the potential between rail and remote ground, according to measurement results*

* Source: authors' data

Форма сигнала на осциллографмах отличается от синусоид из-за наличия гармонических составляющих.

Результаты. В результате испытаний были получены зависимости потенциала между рельсом и землей в точке проведения измерений от координаты расположения электроподвижного состава.

Выполнено сравнение результатов расчетов по уточненной модели с данными, полученными в ходе эксперимента (рис. 10). Сплошной линией обозначена измеренная зависимость величины потенциала между рельсом и землей U от расположения электроподвижного состава относительно точки измерения L , а точками обозначены значения, полученные при помощи уточненной физико-математической модели.

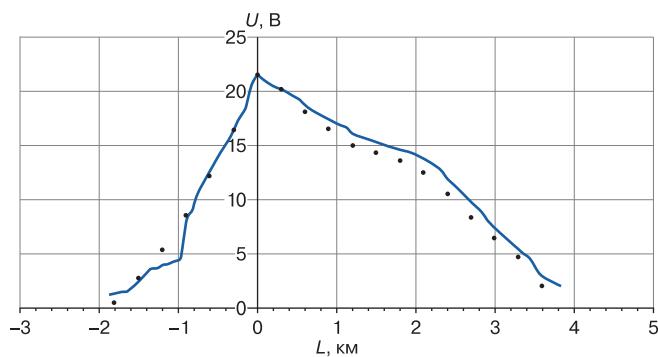


Рис. 10. Значения потенциала между рельсом и землей U от координаты положения точки проведения измерений L^* :

— опытные данные;

• — результаты расчета с использованием уточненной физико-математической модели

* Источник: данные авторов

Fig. 10. Potential values between rail and ground U from coordinate of position of measurement point L^* :

— experimental data;

• — calculation results using refined physical-mathematical model

* Source: authors' data

Согласно опытным данным, максимальное значение потенциала между рельсом и землей составляет 21,44 В. В результате расчета по уточненной физико-математической модели получено значение, равное 21,51 В, что соответствует относительной погрешности в 0,33 %. При этом, среднеквадратическое отклонение для рассчитанных точек составило 0,93 В.

Проведенные натурные исследования подтвердили корректность уточненной физико-математической модели и возможность ее практического применения для решения прикладных задач, связанных с определением режима работы устройств обратной тяговой рельсовой сети.

Обсуждение. Применение геосинтетических материалов в качестве разделительного слоя в конструкции пути создает серьезную проблему для электрифицированных железных дорог переменного тока, так как нарушает нормальное растекание обратных тяговых токов и приводит к возникновению опасных разностей потенциалов между рельсом и землей. Это ведет к снижению электробезопасности устройств энергоснабжения. Важность решения этой проблемы возрастает при проектировании высокоскоростных магистралей. Предложенный метод расчета по уточненной физико-математической модели учитывает пространственную неоднородность электрических параметров пути и позволяет принять меры, направленные на повышение электробезопасности.

Следующий этап работы предполагает доработку метода для применения к безбалластной конструкции пути.

Заключение. В ходе проведения исследования разработана уточненная физико-математическая модель, основанная на методе конечных элементов, ключевым преимуществом которой является возможность учета пространственной неоднородности электрических параметров пути.

Верификация модели, выполненная путем натурных испытаний на базе Экспериментального кольца АО «ВНИИЖТ», подтвердила возможность ее использования. Сравнительный анализ расчетных и натурных данных продемонстрировал корректность уточненной физико-математической модели.

Благодарности: авторы выражают благодарность рецензентам за полезные замечания, способствовавшие улучшению статьи.

Acknowledgments: the authors express gratitude to the reviewers for useful comments that contributed to the improvement of the article.

Финансирование: авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

Funding: the authors received no financial support for the research, authorship, and publication of this article.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов и не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах.

Conflict of interest: the authors declare no conflict of interest and no financial interests in any material discussed in this article.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Харьковская Е.Д. Анализ влияния технологии восстановления и строительства железнодорожных путей на электрическое сопротивление рельс — земля // Железная дорога: путь в будущее. Сборник материалов I Международной научной конференции аспирантов и молодых ученых, Москва, 28–29 апреля 2022 года. М.: Научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта, 2022. С. 196–200. EDN: <https://elibrary.ru/escjc>.
Khar'kovskaya E. D. Analysis of the impact of the technology of restoration and construction of railway tracks on the rail-to-earth electrical resistance. *Railway: the way to the future. Collection of materials by postgraduate students and young scientists, 28–29th April, 2022. Moscow: Railway Research Institute, 2022.* P. 196–200. (In Russ.). EDN: <https://elibrary.ru/escjc>.
2. Корниенко В.В., Фигурнов Е.П. Токи и потенциалы цепи обратного тока тяговой сети с ЭУП // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. 2002. № 1. С. 65–70. EDN: <https://elibrary.ru/jvxfjh>.
Kornienko V.V., Figurnov E. P. Currents and potentials of the reverse current circuit of the traction network with ECM. *Vestnik RGUPS. 2002;(1):65–70.* (In Russ.). EDN: <https://elibrary.ru/jvxfjh>.
3. Наумов А.В., Наумов А.А. Потенциал рельсов и электробезопасность // Автоматика, связь, информатика. 2014. № 5. С. 20–23. EDN: <https://elibrary.ru/sdjzld>.
Naumov A. V., Naumov A. A. Rail potential and electrical safety. *Automation, Communications, Informatics.* 2014;(5):20–23. (In Russ.). EDN: <https://elibrary.ru/sdjzld>.
4. Остапенко А. Н. Экспериментальное исследование потенциалов рельсовой сети на участках переменного тока при развертывании полигонов тяжеловесного движения на железных дорогах России // Вестник научно-исследовательского института железнодорожного транспорта. 2009. № 6. С. 40–44. EDN: <https://elibrary.ru/kxruld>.
Ostapenko A. N. Experimental research of rail circuit potentials at AC line sections when enlargement of heavy haul sites on Russian railways. *Russian Railway Science Journal.* 2009;(6):40–44. (In Russ.). EDN: <https://elibrary.ru/kxruld>.
5. Крылов А. А., Ребров И. А., Рудашевская А. В., Рудашевский Р. А., Харьковская Е. Д. Влияние переходного сопротивления балласта верхнего строения пути на величину потенциала рельс — земля на участках железных дорог, электрифицированных на переменном токе // Вестник научно-исследовательского института железнодорожного транспорта (Вестник ВНИИЖТ). 2022. Т. 81, № 1. С. 16–22. <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2022-81-1-16-22>. EDN: <https://elibrary.ru/swlkq>.
Krylov A. A., Rebrov I. A., Rudashevskaya A. V., Rudashevskiy R. A., Khar'kovskaya E. D. Transition resistance influence of the upper structure track ballast on the rail-to-earth potential at AC railway sections. *Russian Railway Science Journal.* 2022;81(1):16–22. (In Russ.). <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2022-81-1-16-22>. EDN: <https://elibrary.ru/swlkq>.
6. Быкадоров А.Л., Заруская Т.А., Муратова-Милехина А.С. Применение теории распознавания образов при определении места короткого замыкания в тяговых сетях переменного тока // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. 2021. № 2(82). С. 119–128. https://doi.org/10.46973/0201-727X_2021_2_119. EDN: <https://elibrary.ru/pksius>.
Bykadorov A. L., Zaruskaya T. A., Muratova-Milekhina A. S. Application of the pattern recognition theory in determining the location of a short circuit in ac traction networks. *Vestnik RGUPS.* 2021;2(82):119–128.
- (In Russ.). https://doi.org/10.46973/0201-727X_2021_2_119. EDN: <https://elibrary.ru/pksius>.
7. Лунев С. А., Дремин В. В., Ходкевич А. Г., Сероштанов С. С. Исследование влияния капитального ремонта путей на обратную тяговую сеть // Автоматика, связь, информатика. 2020. № 2. С. 9–11. <https://doi.org/10.34649/AT.2020.2.2.003>. EDN: <https://elibrary.ru/mezney>.
Lunev S. A., Dremin V. V., Hodkevich A. G., Seroshtanov S. S. Research of influence of the strengthened capital track repair on the return traction network. *Automation, Communications, Informatics.* 2020;(2):9–11. (In Russ.). <https://doi.org/10.34649/AT.2020.2.2.003>. EDN: <https://elibrary.ru/mezney>.
8. Скоков Р. Б., Кремлев И. А., Тарабин И. В., Терехин И. А. Оценка условий электробезопасности заземления на рельс устройств тяговой сети в условиях применения изолирующих материалов при капитальном ремонте железнодорожного полотна // Известия Транссиба. 2015. № 2(22). С. 96–101. EDN: <https://elibrary.ru/udyihr>.
Skokov R. B., Kremlev I. A., Tarabin I. V., Terekhin I. A. Evaluation of electrical ground for rail traction network devices in the application insulating materials at major railway repairs. *Journal of Transsib Railway Studies.* 2015;2(22):96–101. (In Russ.). EDN: <https://elibrary.ru/udyihr>.
9. Железнов Д. В., Тарасова Е. М., Исаичева А. Г. Применение обратного пассивного тягового провода с учетом сопротивления элементов железнодорожного полотна // Вестник транспорта Поволжья. 2014. № 6(48). С. 14–17. EDN: <https://elibrary.ru/tjwomd>.
Zheleznov D. V., Tarasov E. M., Isaicheva A. G. The use of a reverse passive traction wire, taking into account the resistance of the elements of the railway track. *Vestnik transporta Povolzhya.* 2014;6(48):14–17. (In Russ.). EDN: <https://elibrary.ru/tjwomd>.
10. Косарев А. Б., Виноградов С. А., Король Ю. Н., Косарев И. А. Электробезопасность электроустановок транспорта. М.: PAC, 2022. 448 с. EDN: <https://elibrary.ru/bgkpcr>.
Kosarev A. B., Vinogradov S. A., Korol Yu. N., Kosarev I. A. *Electrical safety of electrical installations of transport.* Moscow: RAS, 2022. 448 p. (In Russ.). EDN: <https://elibrary.ru/bgkpcr>.
11. Закарюкин В. П., Крюков А. В. Методы совместного моделирования систем тягового и внешнего электроснабжения железных дорог переменного тока. Иркутск: ИрГУПС, 2010. 160 с. EDN: <https://elibrary.ru/rnjvkj>.
Zakaryukin V. P., Kryukov A. V. *Joint modeling methods of traction and external power supply systems of alternating current railroads.* Irkutsk: Irkutsk State University of Communications, 2010. 160 p. (In Russ.). EDN: <https://elibrary.ru/rnjvkj>.
- Zakaryukin V. P., Kryukov A. V. *Joint modeling methods of traction and external power supply systems of alternating current railroads.* Irkutsk: Irkutsk State University of Communications, 2010. 160 p. (In Russ.). EDN: <https://elibrary.ru/rnjvkj>.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Елена Дмитриевна ВИННИКОВА, ведущий специалист, Научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта (ВНИИЖТ, 129626, Россия, г. Москва, ул. 3-я Мытищинская, д. 10, стр. 1), SPIN-код: 7456-7726, <https://orcid.org/0000-0002-1601-2474>

Александр Борисович КОСАРЕВ, д-р техн. наук, профессор, научный руководитель института — ученый секретарь, Научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта (ВНИИЖТ, 129626, Россия, г. Москва, ул. 3-я Мытищинская, д. 10, стр. 1), Author ID: 352781, <https://orcid.org/0000-0001-9684-036X>

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Elena D. VINNIKOVA, Leading Specialist, Railway Research Institute (129626, Moscow, bldg. 1, 10, 3rd Mytishchinskaya St.), SPIN-code: 7456-7726, <https://orcid.org/0000-0002-1601-2474>

Alexander B. KOSAREV,

Dr. Sci. (Eng.), Professor, Scientific Advisor — Scientific Secretary, Railway Research Institute (129626, Moscow, bldg. 1, 10, 3rd Mytishchinskaya St.), Author ID: 352781, <https://orcid.org/0000-0001-9684-036X>

Alexander B. KOSAREV. Research methodology and goal formulation, results analysis, conclusions (20 %).

ВКЛАД АВТОРОВ

Елена Дмитриевна ВИННИКОВА. Разработка уточненной физико-математической модели, выполнение расчетов, верификация разработанной модели, написание статьи (80 %).

Александр Борисович КОСАРЕВ. Формулировка цели и методологии исследования, анализ результатов, выводы (20 %).

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

The authors have read and approved the final manuscript.

Статья поступила в редакцию 09.09.2025, рецензия от первого рецензента получена 18.09.2025, рецензия от второго рецензента получена 26.09.2025, рецензия от третьего рецензента получена 29.09.2025, рецензия от четвертого рецензента получена 13.10.2025, принятая к публикации 07.11.2025.

CONTRIBUTION OF THE AUTHORS

Elena D. VINNIKOVA. Refined physical-mathematical model design, calculations performance, verification of the designed model, article writing (80 %).

The article was submitted 09.09.2025, first review received 18.09.2025, second review received 26.09.2025, third review received 29.09.2025, fourth review received 13.10.2025, accepted for publication 07.11.2025.