

ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Оригинальная научная статья

УДК 625.031.1

EDN: <https://elibrary.ru/kyxvvn>

DOI: <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2026-85-1-24-37>

Научная специальность: 2.9.2. Железнодорожный путь, изыскание и проектирование железных дорог



## Моделирование контактного взаимодействия колеса с неравномерным прокатом периодической формы и рельса профиля Р65 для высокоскоростного движения

М. А. Морковников✉, Е. С. Ашпиз

Российский университет транспорта (РУТ (МИИТ)),  
Москва, Российская Федерация

### АННОТАЦИЯ

**Введение.** При движении поезда со скоростью выше 250 км/ч значительное влияние на путь оказывают неровности на колесе — как изолированные, так и непрерывные. В настоящем исследовании рассматривается влияние особого вида неравномерного проката, представляющего собой волнообразный износ поверхности катания колеса, описываемый гармоническими функциями. Целью работы является верификация конечно-элементной модели качения колеса по рельсу.

**Материалы и методы.** Методом конечных элементов определена величина эквивалентных напряжений и перемещений рельса профиля Р65 при различной глубине неравномерного проката волнообразной формы на скорости движения колеса 300 км/ч.

**Результаты.** Построена конечно-элементная модель взаимодействия колеса и рельса профиля Р65, позволяющая учитывать неравномерный прокат поверхности катания колеса. Проведена верификация модели по аналитическим зависимостям и по аналогичному исследованию. Проведено исследование влияния неравномерного проката на контактную силу между колесом и рельсом, а также графиков изменения контактной силы между колесом и рельсом при различной глубине неравномерного проката периодической формы. Показано, что на скорости движения 300 км/ч силовое воздействие от колеса на рельс увеличивается на 11 % при изменении глубины дефекта от 0 до 0,2 мм, в то время как перемещения и напряжения меняются менее значительно (на 8,5 %).

**Обсуждение и заключение.** Для валидации представленной конечно-элементной модели потребуется ее интеграция с моделью верхнего строения железнодорожного пути, данные по обмерам поверхности катания колесных пар и результаты их воздействия на путь. Особая необходимость возникает в измерениях в направлении круга катания, т. к. подобные результаты от отечественных авторов в открытом доступе почти не представлены. Приведенная модель может быть использована для анализа влияния неравномерного проката при высокоскоростном движении на динамику поведения элементов верхнего строения пути.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** колесо вагона, рельс Р65, качение колеса по рельсу, неравномерный прокат, отклонение от круглости, динамическое воздействие, высокоскоростное движение

**ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:** Морковников М. А., Ашпиз Е. С. Моделирование контактного взаимодействия колеса с неравномерным прокатом периодической формы и рельса профиля Р65 для высокоскоростного движения // Вестник Научно-исследовательского института железнодорожного транспорта (Вестник ВНИИЖТ). 2026. Т. 85, № 1. С. 24–37. EDN: <https://elibrary.ru/kyxvvn>.

Original article  
UDK 625.031.1  
EDN: <https://elibrary.ru/kyxvvn>  
DOI: <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2026-85-1-24-37>  
Scientific specialty: 2.9.2. Railway track, survey and design of railways



## Contact interaction simulation of uneven wheel rolling of periodic shape and R65 profile rail for high-speed movement

Matvei A. Morkovnikov✉, Evgeny S. Ashpiz

Russian University of Transport,  
Moscow, Russian Federation

### ABSTRACT

**Introduction.** At speeds above 250 km/h, significant impact on the way have not only isolated, but also continuous irregularities. The research examines the effect of a specific type of uneven rolling, known as wavy wear of wheel thread described by harmonic functions. The aim of the study is to verify finite element model of wheel rolling along the rail.

**Materials and methods.** Finite-element method is the main tool to investigate the problem in question. The value of equivalent stresses and R65 profile rail displacements at different depth of uneven rolling of wave-type shape at 300 km/h wheel speed was determined.

**Results.** The authors designed finite-element model of interaction between wheel and R65 profile rail, which allows to consider uneven rolling of rail surface, and verified it using analytical dependencies and a similar study. A study was conducted on the effect of uneven rolling on contact force between wheel and rail. Contact force curve between wheel and rail at various depths of uneven rolling of periodic shape is presented. It is shown that force effect from wheel to rail at 300 km/h speed increases by 11 % with a change of defect depth from 0 to 0.2 mm, while displacements and stresses change is less significant (by 8.5 %).

**Discussion and conclusion.** Further validation of the presented finite element model would require its integration with railway superstructure, as well as data on the measurements of the rolling surface and measurement results of their impact on the track. It is also necessary to provide measurements in the direction of rolling circle, since such results are not publicly available. The presented model may be employed for the analysis of uneven wheel rolling effect on dynamic behaviour of high-speed main lines.

**KEYWORDS:** wagon wheel, R65 profile rail, uneven wheel rolling along the rail, out-of-roundness, circularity deviation, dynamic impact, high-speed movement

**FOR CITATION:** Morkovnikov M.A., Ashpiz E.S. Contact interaction simulation of uneven wheel rolling of periodic shape and R65 profile rail for high-speed movement. *Russian Railway Science Journal*. 2026;85(1):24–37. (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.21780/2223-9731-2026-85-1-24-37>.

**Введение.** На текущий момент в нашей стране ведется реализация проекта строительства высокоскоростной железнодорожной магистрали ВСЖМ-1 Москва – Санкт-Петербург, которая требует пересмотра некоторых подходов к оценке взаимодействия колеса и рельса, сформированных еще в середине прошлого столетия на основе экспериментов при других условиях эксплуатации на меньших скоростях. При этом важной представляется оценка динамического воздействия на путь от непрерывных неровностей на поверхности катания колеса при высоких скоростях движения. Изучением влияния неравномерного проката на путь в последние годы занимаются в странах, где уже реализовано высокоскоростное движение [1–9], при этом такая неровность на колесах за рубежом исторически названа термином «полигональность» [1]. В приведенных работах авторами выявлено влияние глубины и длины волны неравномерного проката на контактную силу между колесом и рельсом при различных скоростях движения экипажа, а также рассмотрены возможные причины образования неравномерного проката периодической формы, которая проявляется в наличии волнообразного износа в окружном направлении обода колеса.

Под непрерывными неровностями на поверхности катания колеса в данной статье приняты отклонения формы продольного сечения колеса от идеальной окружности, которые имеют протяженность по всей длине круга катания и во время движения железнодорожного подвижного состава оказывают безударное циклическое воздействие на путь<sup>1</sup>. К таким неровностям согласно отечественной нормативной документации<sup>2</sup> относятся кольцевая выработка, а также равномерный и неравномерный прокат. Последний характеризуется износом поверхности катания колеса, при котором форма колеса в окружном направлении отличается от идеального круга. В настоящем исследовании речь идет о неравномерном прокате, который в соответствии с руководящей документацией измеряется шаблоном в трех точках с шагом 500 мм по длине окружности колеса. Описанный метод измерения позволяет быстро диагностировать неравномерный прокат, но не отражает реальной формы поверхности катания колеса. Она может иметь на своей поверхности несколько впадин и горбов — то есть обладать волнообразностью с разной длиной волны подобно той, что встречается на рельсах<sup>3</sup>. Частным случаем этой волнообразности является овальность колеса, когда длина

волны непрерывной неровности равна половине длины окружности колеса. Хотя овальность и фигурирует в руководящем документе, в нем не описан тип дефекта, для которого длина волны непрерывной неровности по кругу катания составляет 1/3, 1/4 и т. д. от длины окружности колеса (полигональности). Современных исследователей интересует природа образования этого дефекта, его взаимосвязь с короткими неровностями на рельсе и его воздействие на путь и элементы экипажа, в основном применительно к высокоскоростному движению.

Ввиду активного развития высокоскоростного движения в нашей стране, представляется важным оценить величину воздействия волнообразного неравномерного проката поверхности катания колеса на путь, для чего необходимо рассмотреть теоретические основы этого воздействия и разработать численную модель.

Впервые сведения о форме поверхности катания колеса в окружном направлении в нашей стране были приведены профессором Г. М. Шахунянцем в 40-х гг. XX века<sup>4</sup>. По результатам нескольких обмеров поверхности катания колес ведущих осей паровоза была получена кривая, описывающая овальную форму поверхности катания колеса. На основе этого было предложено представлять форму поверхности катания колеса в окружном направлении с помощью ряда (1), при этом порядок  $n$  ограничивается некоторым конечным значением (например, для овальности  $n = 2$ ).

$$\eta = e_0 + \sum_{n=1}^{\infty} e_n \cos(n\omega t) + d_n \sin(n\omega t), \quad (1)$$

где  $\eta$  — координата описания формы поверхности катания колеса, м;

$n$  — индекс и порядок гармонической функции;

$e_n, d_n$  — коэффициенты разложения неровности в ряд, м;

$e_0$  — постоянный член разложения (физический смысл — эксцентриситет), м;

$\omega$  — циклическая частота вращения колеса, рад/с;

$t$  — время, с.

В последующем профессор М. Ф. Вериго [10] отмечал, что наиболее удобно представлять форму колес в пространственных координатах  $\eta = \eta(s)$ , где  $s$  — координата вдоль длины окружности. Информации о форме поверхности катания колес в окружном направлении для отечественных единиц подвижного состава на тот момент (в 1980-е гг.) не было, за исключением

<sup>1</sup> Шахунянец Г. М. Устройство железнодорожного пути: в 3 т. Т. 3. 2-е изд. М.: Трансжелдориздат, 1944. 483 с.

<sup>2</sup> РД ВНИИЖТ 27.05.01-2017. Руководящий документ по ремонту и техническому обслуживанию колесных пар с буксовыми узлами грузовых вагонов магистральных железных дорог колеи 1520 (1524) мм: утв. протоколом Совета по железнодорожному транспорту государств-участников Содружества 19–20 октября 2017 г. № 67. 242 с.

<sup>3</sup> Алижан А. Влияние динамических процессов в системе «колесо — рельс» на образование волнообразных неровностей на поверхности катания рельсов: дисс. канд. техн. наук: 05.22.07. М., 2010. 154 с.

<sup>4</sup> Шахунянец Г. М. Устройство железнодорожного пути.

работ [11–12], и, насколько известно авторам данной статьи, новых исследований не опубликовано и по сей день. Однако результаты обмеров неравномерного проката широко представлены в иностранных источниках для зарубежных единиц подвижного состава, в том числе высокоскоростного.

Примечательно, что в работе [11] приведено спектральное разложение в ряд Фурье результатов измерений поверхности катания колес пассажирских и грузовых вагонов, проведенных с помощью специального шаблона с точностью отсчета  $\pm 0,005$  мм в точках поверхности среднего круга катания колес. Согласно результатам спектрального анализа, замеры показали наличие максимумов на номерах гармоник 2 и 6, т. е. обмеренные колеса по центральному кругу катания имели форму с преобладанием волн, которые составляли половину и шестую часть от полной длины окружности колеса.

В работе профессора В. Ф. Яковлева [12, с. 146] приведено исследование влияния волнообразных неровностей поверхности катания колеса на путь. Показано, что неровность с пятью полуволнами глубиной 3 мм оказывает значительное воздействие на путь: сила в контакте «колесо – рельс» при движении экипажа со скоростью 240 км/ч составляет 441 кН (45 тс).

Неровность такой глубины является, вероятно, теоретической, т. к. на практике волнообразные (синусоидальные) неровности колеса имеют глубину порядка десятых долей миллиметра.

Форму поверхности катания для колеса с полигональностью за рубежом, как и в нашей стране, принято задавать согласно выражению (1), а влияние на путь изучается как с помощью аналитических [2] и численных методов [3], так и экспериментально [4], либо с помощью смешанного подхода: эксперимент и модель [5]. Сложность моделей при этом варьируется значительно: так, например, в исследовании [5] авторы включили в модель термопластичные свойства материала колеса для изучения причин зарождения и развития неравномерного проката. В настоящей статье эти вопросы остаются вне предмета рассмотрения.

Проведено большое количество сплошных обмеров поверхности катания колес в Нидерландах [1], затем — в Германии и Швеции [2, 6]. В работе Дж. С. О. Нильсена и А. Йоханссона [6] собрана информация о различных видах отклонений от круглости поверхности катания колес в их продольном сечении. В частности, приведен пример деформированной формы колес немецких поездов ICE 2 (рис. 1).

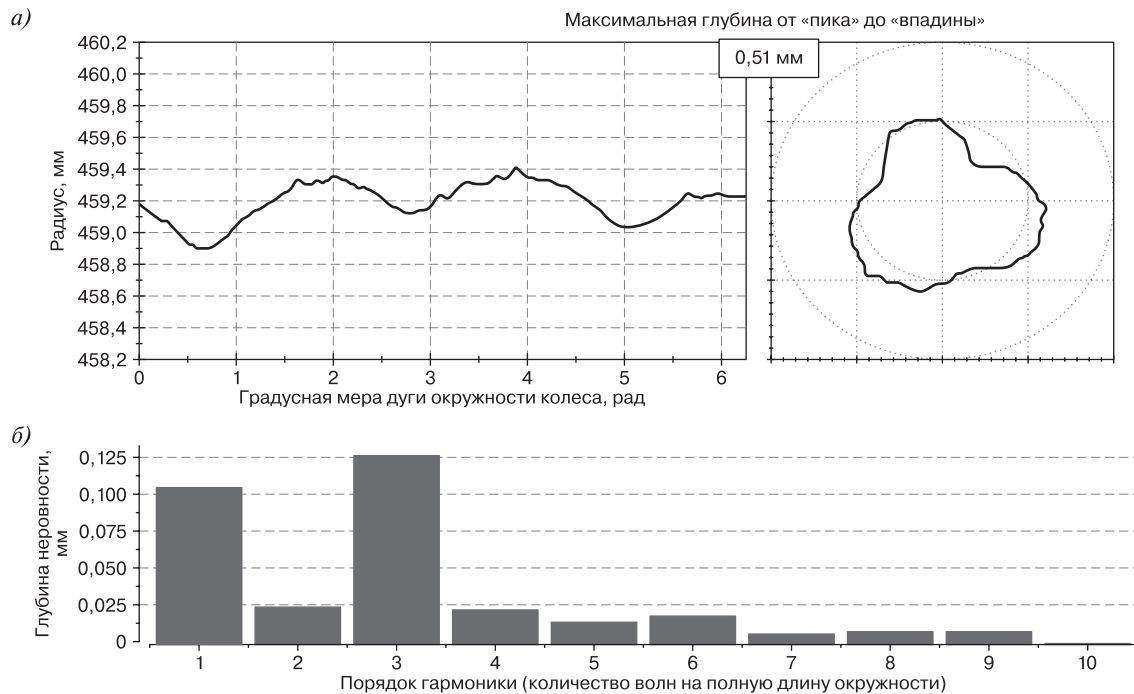


Рис. 1. Форма поверхности катания колесных пар подвижного состава ICE 2 (масштаб неровностей увеличен для наглядности)\*: а — развертка окружности колеса и циклическая диаграмма этой же окружности; б — спектр развертки окружности колеса (разложение в ряд Фурье по гармоникам)

\* Источник: [6]

Fig. 1. Wheel irregular shape in its circumferential section for the ICE 2 rolling stock (the irregularity depth is exaggerated)\*: а — the display of wheel circumference and cyclic diagram of the same circle; б — the spectrum of the display of the wheel circumference (Fourier series expansion by harmonics)

\* Source: [6]

Результаты измерений показали, что колесо имеет периодическую непрерывную неровность с длиной волны около 900 мм, что составляет 1/3 от длины окружности центрального круга катания колеса подвижного состава ICE, более современная модификация которого (ЭВС «Сапсан», платформа Siemens Velaro RUS) эксплуатируется на Октябрьской железной дороге. На рис. 1, б представлена амплитудно-частотная характеристика развертки колеса, при этом в качестве частоты используется порядок неровностей (число волн на полную длину окружности).

С начала 2010-х гг. появились исследования китайских ученых, в которых тематика волнообразности колес фигурирует также под термином «полигональность», при этом рассматривались как колеса вагонов метро, так и неровности на колесных парах высокоскоростного подвижного состава. Так, в обзорной статье [7] представлена форма окружности колеса по центральному кругу катания для поездов CRH3, построенных на базе платформы Siemens Velaro (рис. 2). По результатам замеров было выявлено, что поверхность катания колеса имеет четкую волнообразную форму с преобладанием гармоник 19-го порядка, т. е. на колесе было выявлено 19 волн (каждая по 152 мм) на полный круг катания. На рис. 2 по радиальному направлению круговой диаграммы отложена глубина измеренной неровности.

Примечательно, что форма колес одного и того же подвижного состава на китайских железных дорогах существенно отличается от результатов обмеров колес, полученных на европейских дорогах. Более того, преобладающая гармоника (т. е. количество волн) в форме

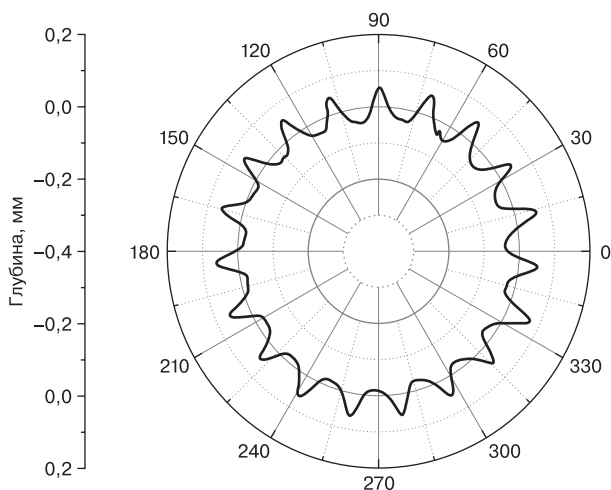


Рис. 2. Форма поверхности катания колеса подвижного состава CRH3 (масштаб неровностей увеличен для наглядности)\*  
\* Источник: [7]

Fig. 2. Shape of wheel rolling for the CRH3 rolling stock (the irregularity depth is exaggerated)\*  
\* Source: [7]

поверхности катания колеса может различаться в зависимости от типа экипажа, характеристик пути, скоростного режима и особенностей взаимодействия пути и подвижного состава: например, на железных дорогах КНР встречается волнообразный прокат не только с 19-ю волнами [7], но и с количеством волн, равным 23–24 [8]. Таким образом, для определения формы поверхности катания на отечественных единицах подвижного состава, в том числе зарубежного производства, имеет смысл провести собственные обмеры и сравнить результаты с приведенными в иностранных источниках.

Цель настоящего исследования — верификация конечно-элементной модели качения колеса по рельсу с учетом неравномерного проката волнообразной формы. Характер проката колеса подобен тому, что приведен в уже рассмотренных публикациях. В текущей работе рассматривается рельс профиля Р65 при эпюре шпал 1840 шт/км, поэтому в настоящем исследовании проводится качественная оценка работы предлагаемой модели в сравнении с зарубежными моделями. Численная верификация модели выполняется по растягивающим напряжениям в подошве рельса по аналитическим зависимостям. Далее исследуется изменение контактной силы между колесом и рельсом при скорости движения 300 км/ч в зависимости от глубины неравномерного проката периодической формы.

**Материалы и методы.** Аналитическая оценка воздействия на рельс движущегося колеса с непрерывной неровностью проблематична. Данная задача может быть решена с помощью численного моделирования с применением метода конечных элементов (далее — КЭ) в программном комплексе ABAQUS. При дальнейшем изучении данного вопроса использование КЭ модели может сократить количество натурных испытаний при условии, что модель была верифицирована и валидирована. В данной статье приведено описание разработки и верификации КЭ модели взаимодействия рельса и колеса с непрерывной неровностью. Валидация модели, однако, еще не проведена, и вопрос оставлен на рассмотрение в последующих работах после выполнения экспериментов на опытном полигоне ВСЖМ-1.

Предлагаемая модель включает в себя колесо, обрессоренную массу и рельс на дискретных опорах (рис. 3). Подобные модели широко представлены в литературе, но новизна заключается в том, что она впервые использована для исследования влияния полигональности колес на путь с рельсом Р65 и может быть в дальнейшем включена в более общую модель пути для более предметного исследования влияния колеса конкретного подвижного состава на конкретную конструкцию пути. Например, она может быть интегрирована с КЭ моделью безбалластной конструкции верхнего строения пути (далее — БВСП) как наиболее перспективной для ВСЖМ-1 Москва — Санкт-Петербург.

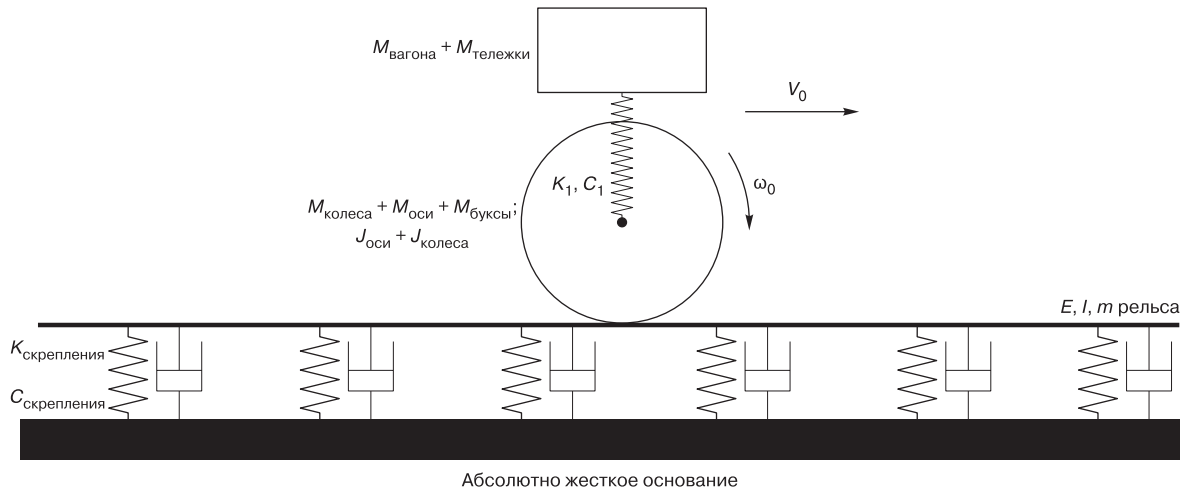


Рис. 3. Принципиальная схема КЭ модели взаимодействия колеса и рельса\*:

$M_{\text{вагона}}$  — масса вагона, отнесенная к одному колесу;  $M_{\text{тележки}}$  — масса тележки, отнесенная к одному колесу;  $M_{\text{колеса}}$  — масса диска колеса;  $M_{\text{оси}}$  — масса половины оси;  $M_{\text{буксы}}$  — масса буксового узла;  $J_{\text{оси}}$  — момент инерции оси колесной пары вокруг ее продольной оси;  $J_{\text{колеса}}$  — момент инерции колеса колесной пары вокруг ее продольной оси;  $K_1$  — жесткость первой ступени рессорного подвешивания;  $C_1$  — коэффициент вязкого демпфирования первой ступени рессорного подвешивания;  $K_{\text{скрепления}}$  — вертикальная жесткость дискретной опоры (промежуточного рельсового скрепления);  $C_{\text{скрепления}}$  — коэффициент вязкого демпфирования дискретной опоры;  $E$  — модуль Юнга рельсовой стали;  $I$  — момент инерции сечения рельса Р65;  $m$  — погонная масса рельса;  $V_0, \omega_0$  — начальные поступательная и угловая скорости движения колеса

\* Источник: данные авторов

Fig. 3. Finite element model functional diagram of wheel-rail interaction\*:

$M_{\text{вагона}}$  — wagon mass, attributed to one wheel;  $M_{\text{тележки}}$  — bogie mass, attributed to one wheel;  $M_{\text{колеса}}$  — wheel disk mass;  $M_{\text{оси}}$  — semi-axis mass;  $M_{\text{буксы}}$  — axlebox mass;  $J_{\text{оси}}$  — wheel pair axis moment of inertia around its longitudinal axis;  $J_{\text{колеса}}$  — wheel disk moment of inertia around its longitudinal axis;  $K_1$  — stiffness of the first stage of spring suspension;  $C_1$  — viscous damping coefficient of the first stage of spring suspension;  $K_{\text{скрепления}}$  — vertical rigidity of the discrete support (intermediate rail fastening);  $C_{\text{скрепления}}$  — viscous damping coefficient of the discrete support;  $E$  — Young's modulus for rail steel;  $I$  — R65 profile rail cross-section moment of inertia;  $m$  — rail mass per unit length;  $V_0, \omega_0$  — initial translational and angular wheel velocities

\* Source: authors' data

Масса вагона и масса тележки, отнесенные к одному колесу, представлены сосредоточенной массой на пружине. Подуклонка рельса отсутствует, т. к. интерес представляет только вертикальное взаимодействие колеса и рельса при наличии непрерывных неровностей на колесе. Диаметр колеса равен 920 мм, длина отрезка рельса — 25 м. Свойства пружин и демпферов подрельсовых опор задавались согласно источнику верификации модели [8].

На рис. 4 представлены общий вид модели, разбитой на КЭ сетку, и граничные условия, накладываемые на определенные узлы.

По обоим торцам рельса должно было выполняться условие симметрии, при котором запрещались перемещения в продольном направлении. Это было необходимо, т. к. промоделирован участок конечной длины. Абсолютно жесткое основание было установлено по нижним точкам крепления опор рельса — в этих нижних точках были запрещены все перемещения, в то время как верхние точки дискретных опор были связаны с нижней поверхностью подошвы рельса. Центр колеса был «вырезан», т. к. малые элементы в этой области значительно уменьшали стабильный

шаг интегрирования (для решения задачи использовалась центрально-разностная схема Эйлера, которая обладает условной сходимостью). Недостающие масса и момент инерции вокруг оси вращения колеса задавались вручную так, чтобы необрессоренная масса равнялась 1050 кг. В данной задаче такая упрощенная модель колеса при сохранении его массово-инерционных характеристик была допустима, т. к. объектом рассмотрения являлся рельс.

В модели использованы восьмиузловые кубические элементы с одной точкой интегрирования. Сетка на рельсе в среднем обладает худшими показателями геометрического качества, чем сетка на колесе (табл. 1), однако на головке рельса в области контакта двух тел элементы имеют почти одинаковые показатели.

Элементы рельса с наименее правильной формой (т. е. не идеально кубической) находятся в области перехода шейки в подошву, однако их количество составляет не более 2% от общего числа элементов на рельсе. Ни перемещения, ни напряжения в этих элементах в данной задаче не рассматриваются, т. к. положение точек интереса было выбрано согласно исследованию [8].

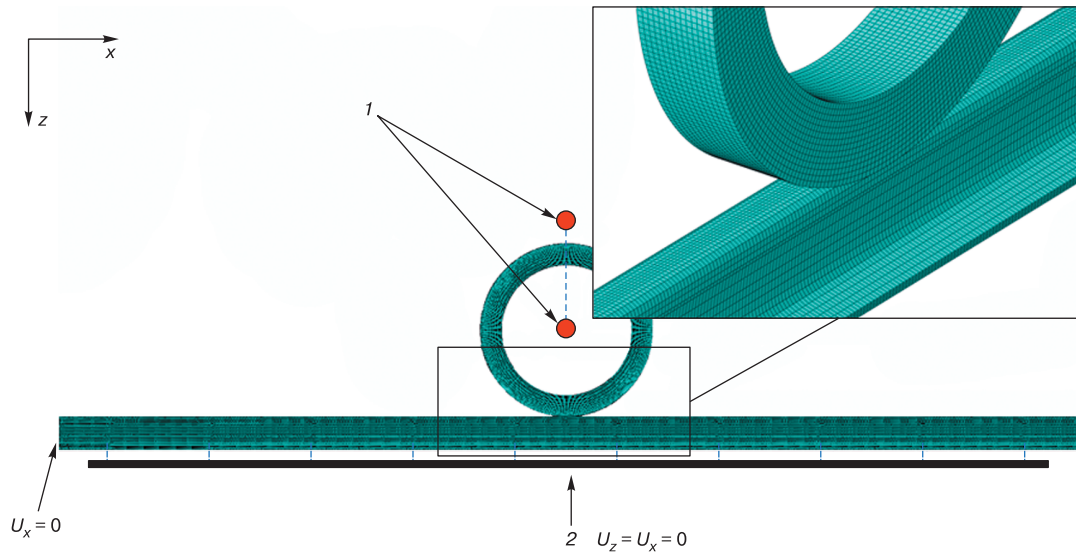


Рис. 4. КЭ сетка и граничные условия\*:

1 — сосредоточенные массы (вагон, тележка и масса оси); 2 — абсолютно жесткое основание;  $U_x, U_z$  — перемещения узлов сетки  
\* Источник: данные авторов

Fig. 4. Finite element mesh and boundary conditions\*:

1 — lumped masses (vehicle mass, bogie frame, wheel axle); 2 — rigid ground;  $U_x, U_z$  — mesh nodes motion  
\* Source: authors' data

Размер и качество сетки\*

Mesh quality and size\*

Таблица 1

Table 1

Параметр	Значение
Количество узлов, ед.	594 980
Стабильный шаг интегрирования, с	$2 \cdot 10^{-7}$
Средний максимальный угол граней элементов на колесе, град.	90,44
Средний минимальный угол граней элементов на колесе, град.	89,56
Средний максимальный угол граней элементов на рельсе, град.	102,83
Средний минимальный угол граней элементов на рельсе, град.	77,69

\* Источник: данные авторов  
\* Source: authors' data

Представленная КЭ модель была создана для расчета контактных сил между колесом и рельсом во время качения колеса при наличии неравномерного проката на его поверхности катания. Прокат задавался на колесе на уровне геометрии, т.е. в модель вводилось уже изношенное колесо, которое впоследствии разбивалось на КЭ сетку, жестко привязанную к заранее заданной геометрии. Редактирование КЭ сетки осуществлялось только при соответствующем редактировании исходной геометрии колеса.

Расчет задачи выполнялся в два шага: на первом этапе осуществлялось статическое нагружение рельса колесом (при приложении силы тяжести), после чего на втором этапе выполнялось качение колеса по рельсу. Результаты статического расчета служили начальными условиями для динамического, где на колесо также задавались начальная поступательная и вращательная скорости.

Контактное взаимодействие рассчитывалось с помощью алгоритма так называемого жесткого контакта, описываемого выражением (2). Согласно этому алгоритму давление между сопрягаемыми поверхностями равно нулю при наличии зазора между ними; при касании поверхностей давление прямо пропорционально жесткости контакта, рассчитываемой исходя из упругих свойств материалов контактирующих поверхностей.

$$\begin{cases} p = 0, & \text{если } h > 0; \\ p = p_0, & \text{если } h = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где  $p$  — текущее контактное давление, Па;  
 $p_0$  — контактное давление при нулевом зазоре, Па;  
 $h$  — зазор между контактирующими поверхностями, м.

В результате прямого интегрирования с помощью центрально-разностной схемы Эйлера после расчета в явном виде получены силы взаимодействия между колесом и рельсом, величины ускорения, скорости и перемещения узлов рельса и колеса. Контактное

взаимодействие рассчитывается с учетом наличия неравномерного проката, уже введенного в модель на этапе построения геометрии и разбиения ее на КЭ сетку. Таким образом, априори считается, что инерционные силы, возникающие при перекачивании колеса по волнам неравномерного проката на поверхности, вызовут дополнительное динамическое воздействие на рельс, что будет проверено далее.

**Результаты исследования.** В исследовании [8] приведены зависимости перемещений и эквивалентных напряжений по Мизесу от глубины неравномерного проката колеса (полигональности) в различных точках поперечного сечения рельса. Для выявления влияния глубины неравномерного проката на путь было реализовано качение колеса с неровностями по ровному рельсу в программном комплексе «Универсальный Механизм», из которого передавали результаты расчета контактных сил в КЭ комплекс ANSYS. В цитируемой работе авторами рассматривался неравномерный порядок с различным количеством волн на полную длину окружности колеса: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 (в работе вместо количества волн говорится о порядке гармоники при разложении формы колеса в гармонический ряд). При этом зависимости контактной силы в паре «колесо – рельс», напряжений в рельсе и перемещений точек его сечения от глубины проката рассматривались только для порядка гармоники (количества волн), равного 6. Глубина неровности варьировалась от 0,01 мм до 0,12 мм, а скорость движения колеса задавалась постоянной (300 км/ч). Авторами работы [8] моделировался рельс СНН60 с расстоянием между дискретными опорами рельса 0,65 м, представляющими его опирание на шпалах с эпюрой 1540 шт/км.

В настоящей работе рассмотрен только случай с шестью волнами на круг катания, т.к. цель работы состояла в оценке характера зависимости перемещений и напряжений рельса от глубины проката при неизменной скорости. Скорость движения принята такой же — 300 км/ч, однако глубина проката несколько отличается: от 0 мм (ровное колесо) до 0,2 мм с шагом 0,05 мм. Намеренно пропущен случай с глубиной проката 0,01 мм ввиду невозможности точно отразить в представленной модели геометрию волны с глубиной 0,01 мм на колесе диаметром 920 мм. Максимальное значение глубины проката, принятой к рассмотрению, было увеличено до 0,2 мм, т.к. прокат такой глубины допускается к эксплуатации на отечественных железных дорогах, что делает случай релевантным. Форма продольного профиля моделируемого колеса по центральному кругу катания представлена на рис. 5, порядок гармоники колеса (количество волн на полный круг катания) равен шести.

В данной работе, в отличие от [8], моделируется рельс Р65 с дискретными опорами рельса, имитирую-

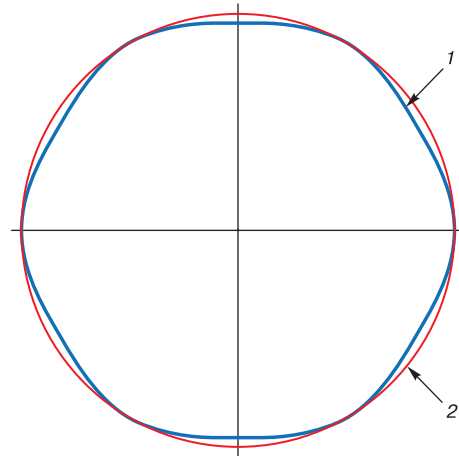


Рис. 5. Форма продольного профиля колеса при наличии неравномерного проката (масштаб волнообразных неровностей увеличен для наглядности)\*:

1 — форма продольного сечения колеса с неравномерным прокатом при наличии шести волн на круг катания; 2 — форма продольного сечения абсолютно ровного колеса

\* Источник: [8]

Fig. 5. Wheel circumferential irregularity shape (the irregularity depth is exaggerated)\*:

1 — longitudinal wheel section shape with uneven wheel rolling at six waves per wheel rolling circle; 2 — longitudinal absolutely even wheel section shape

\* Source: [8]

щими опирание на шпалах при эпюре 1840 шт/км, а не 1540 шт/км, как в исследовании, но упругие и демпфирующие характеристики самих опор приняты такими же. Остальные условия соответствовали [8] — отсутствуют подуклонка рельса и коничность колеса, реализуется движение колеса по прямому участку пути (табл. 2). Простота модели позволила установить общие зависимости перемещений и напряжений рельса от глубины волн неравномерного проката при минимальном количестве сторонних влияющих факторов. После успешной верификации простой модели в дальнейшем возможно ее усложнение за счет введения подуклонки, задания конического профиля колеса, моделирования подрельсового основания.

Таблица 2

Параметры КЭ модели для верификации\*

Table 2

Finite element model parameters used for verification\*

Параметр	Значение
Нагрузка на колесо, кН (тс)	88 (9)
Вертикальная жесткость скрепления, кН/мм	50 [8]
Коэффициент демпфирования скрепления, кН · м/с	20 [8]
Расстояние между опорами, м	0,543

\* Источник: данные авторов; [8]

\* Source: authors' data; [8]

На рис. 6 показаны изгибная форма рельса под статической нагрузкой 88 кН (9 тс) и распределение перемещений по сечению рельса Р65. Видно, что под нагрузкой от колеса перемещения по головке и по подошве отличаются на 4% из-за деформаций самого сечения рельса. Элементы, узлы которых находятся в непосредственном контакте с колесом, были скрыты из отображения ввиду того, что эти узлы локально «продавливаются» значительно больше других узлов

(до 0,8 мм). Такое поведение обусловлено только особенностями приложения и передачи нагрузки от колеса на рельс в этих узлах и не имеет под собой физического смысла.

На рис. 7 показано графическое представление поля растягивающих и сжимающих напряжений по сечению рельса Р65 и численное значение напряжений по подошве. Здесь при отображении напряжений не были скрыты элементы по головке рельса, узлы которых

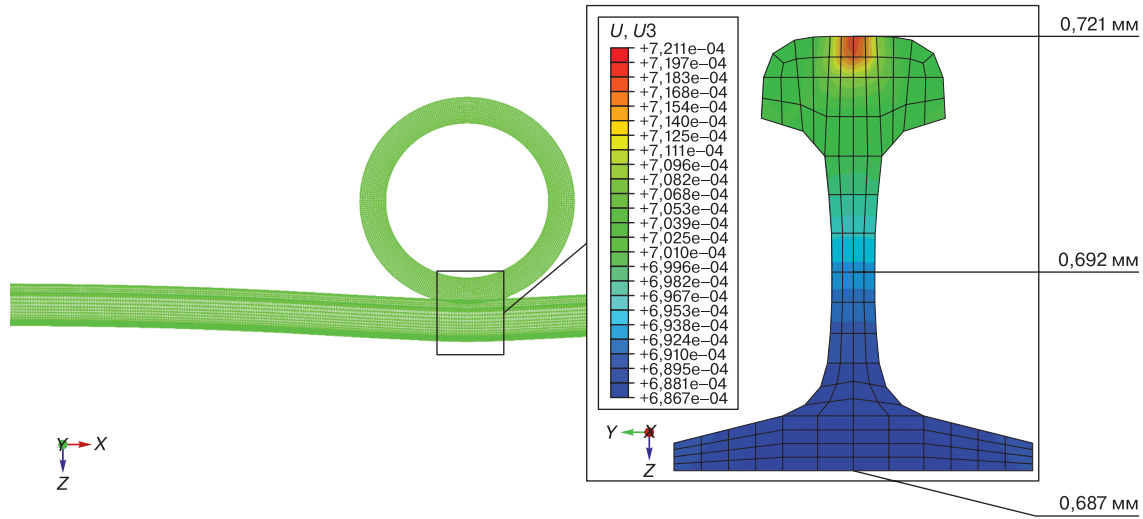


Рис. 6. Деформированная форма рельса Р65 под нагрузкой 88 кН (9 тс) и перемещения точек сечения рельса (масштаб деформаций увеличен)\*  
\* Источник: данные авторов

Fig. 6. R65 profile rail deformed shape and its cross-section displacements under 88 kN (9 ton) force load (deformed shape scale is exaggerated)\*  
\* Source: authors' data

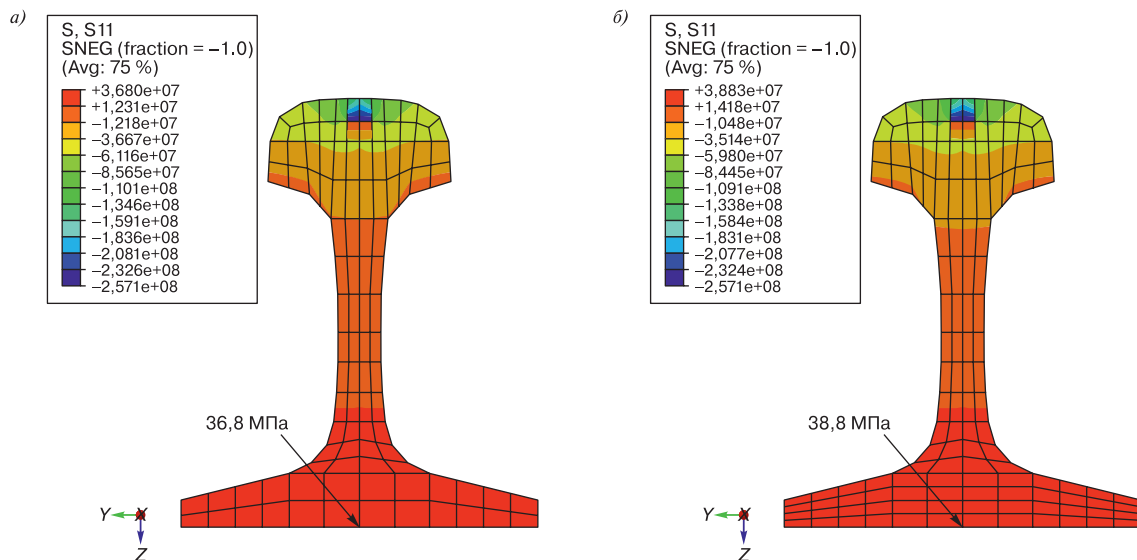


Рис. 7. Распределение нормальных напряжений, Па, по поперечному сечению рельса Р65 под нагрузкой 88 кН (9 тс) при наличии двух (а) и четырех (б) элементов в подошве\*  
\* Источник: данные авторов

Fig. 7. Normal stress distribution (Pa) at the R65 profile rail cross-section under 88 kN (9 ton) load with two (a) and four (b) rail foot elements\*  
\* Source: authors' data

находятся в непосредственном контакте с колесом. По этой причине наблюдается нарушение непрерывности поля напряжений посредине головки, где прикладывалась нагрузка — это обусловлено недостаточным размером сетки, которая была принята близкой к [8], а также тем, что при моделировании использовались линейные элементы, необходимые для проведения динамических расчетов в дальнейшем. Кроме того, отмечено, как изменяются напряжения по нижней поверхности подошвы рельса при увеличении количества элементов по ее толщине: при наличии двух элементов напряжения достигают значения в 36,8 МПа, в то время как при четырех элементах это значение возрастает до 38,8 МПа.

Таким образом, для верификации модели по аналитическому статическому расчету был выбран вариант с четырьмя элементами по толщине подошвы рельса. Напряжения в подошве  $\sigma_{п}$ , Па, можно вычислить согласно формуле (3) из работы Н. М. Беляева<sup>5</sup>:

$$\sigma_{п} = \frac{M_y}{I_y} y_{п}, \quad (3)$$

где  $M_y$  — изгибающий момент в рассматриваемом сечении, Н·м;

$I_y$  — момент инерции сечения рельса, м<sup>4</sup>;

$y_{п}$  — координата подошвы рельса от нейтральной линии, м.

Изгибающий момент в сечении, где прикладывается только статическая нагрузка, для балки на упругом основании вычисляется согласно выражению<sup>6</sup> (4):

$$M_y = \frac{P}{4k}, \quad (4)$$

где  $P$  — вертикальная статическая сила, Н;

$k$  — относительная жесткость пути, 1/м.

Относительная жесткость пути вычисляется согласно формуле<sup>7</sup> (5):

$$k = \sqrt[4]{\frac{U}{4EI_y}}, \quad (5)$$

где  $U$  — модуль упругости пути, Па;

$E$  — модуль упругости стали, Па.

Модуль упругости пути можно найти согласно Методике оценки воздействия на путь<sup>8</sup> с помощью выражения (6):

$$U = \sqrt[3]{\frac{P^4}{64 \cdot y^4 EI}}, \quad (6)$$

где  $y$  — прогиб рельса в рассматриваемом сечении, м;

$I$  — момент инерции сечения рельса относительно его поперечной оси, м<sup>4</sup>.

Ввиду того, что вычисляются напряжения по низу подошвы рельса, прогиб сечения рельса также принимают по низу подошвы. Итоговые значения представлены в табл. 3.

Разница в значениях растягивающих напряжений между аналитическим и КЭ расчетами по низу подошвы рельса составила 1 % (0,4 МПа), если использовать результаты расчета с четырьмя элементами по толщине подошвы рельса. При использовании результатов расчета с двумя элементами разница составила 6,5 % (2,4 МПа). Показано, что наличие четырех элементов по толщине рельса предпочтительно для более точных вычислений, однако в дальнейших динамических расчетах было принято решение оставить два элемента по толщине подошвы для более полного соответствия с [8].

На рис. 8 показаны результаты расчетов перемещений точек  $A, B, C, D, E$  из работы [8] и результаты, полученные авторами настоящего исследования. Характер зависимости перемещений точек сечения рельса от глубины полигональности в обоих случаях носит линейный характер. Абсолютные значения перемещений, однако, получились различными ввиду разницы эпюры шпал, разных жесткостей рельса, разной нагрузки на колесо (в сопоставляемом исследовании нагрузка не указана), а также неполным совпадением положения точек вывода результатов.

Таблица 3

Результаты верификации модели по статическим расчетам\*

Table 3

Verification results based on analytical solution\*

Параметр	Значение
Вертикальная нагрузка $P$ , кН (тс)	88 (9)
Прогиб рельса под вертикальной нагрузкой $y$ , мм	0,688
Модуль упругости пути $U$ , МПа	83
Изгибные напряжения по низу подошвы (аналитический расчет), МПа	39,2
Изгибные напряжения по низу подошвы (КЭ расчет, 4 элемента по толщине подошвы), МПа	38,8
Изгибные напряжения по низу подошвы (КЭ расчет, 2 элемента по толщине подошвы), МПа	36,8

\* Источник: данные авторов

\* Source: authors' data

<sup>5</sup> Беляев Н. М. Сопrotивление материалов. 15-е изд. М.: Наука, 1976. 608 с.

<sup>6</sup> Методика оценки воздействия подвижного состава на путь по условиям обеспечения надежности: утв. расп. ОАО «РЖД» от 22 декабря 2017 г. № 2706/р.

<sup>7</sup> Там же.

<sup>8</sup> Там же.

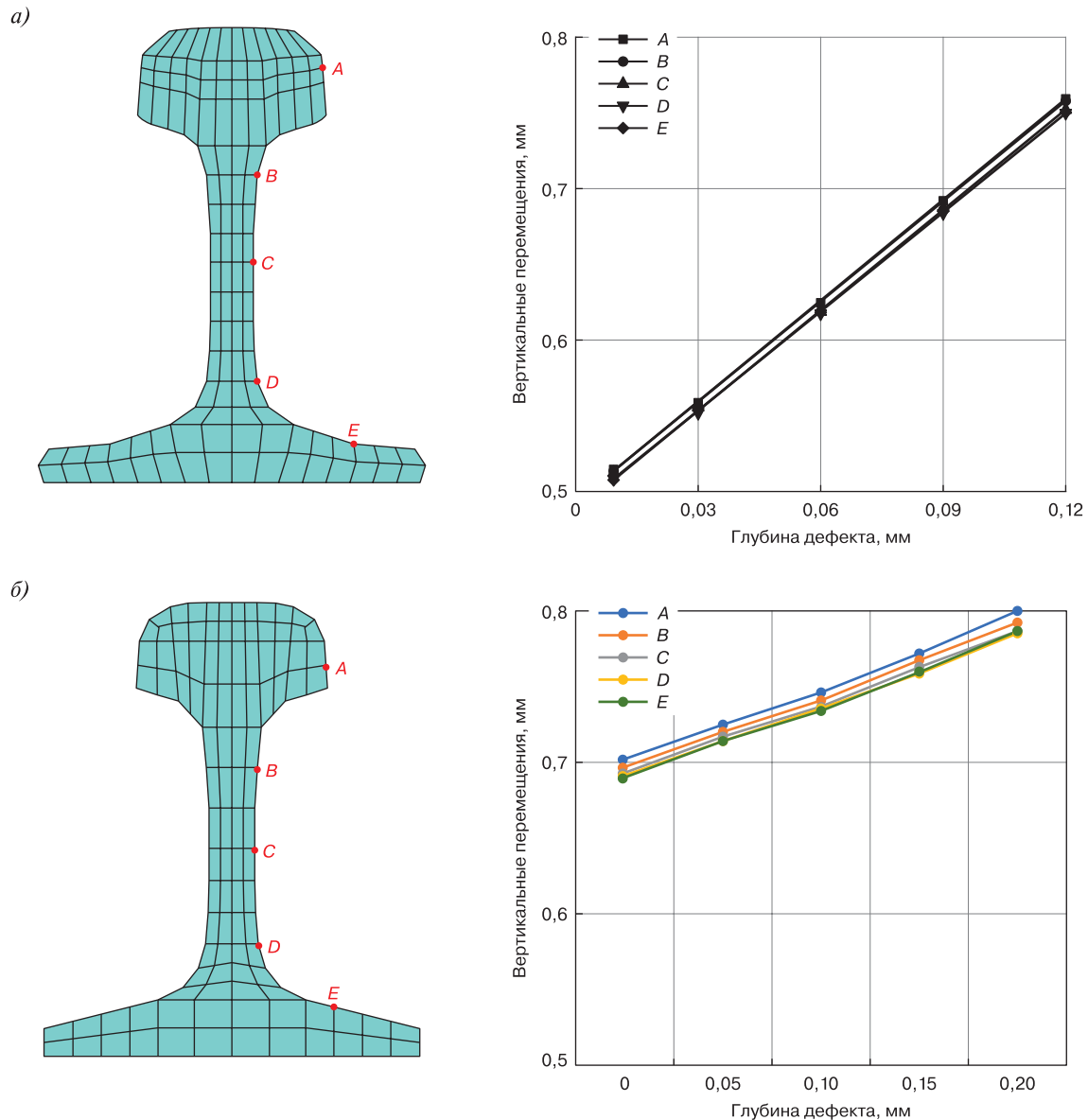


Рис. 8. Результат перемещений точек рельса Р65 под колесом с непрерывными неровностями при его движении со скоростью 300 км/ч\*:  
*a* — результат из [8]; *b* — результат расчета модели в настоящем исследовании  
 \* Источник: данные авторов; [8]

Fig. 8. Displacements of the R65 profile rail cross-section under wheel with wavy wear travelling at the speed of 300 km/h\*:  
*a* — result from [8]; *b* — model calculation result in the present study  
 \* Source: authors' data; [8]

Перемещения различных точек сечения рельса получились почти одинаковыми (разница между перемещениями точек *A* и *E* составляет не более 0,012 мм). Заметна значительно меньшая к неровностям на колесе «чувствительность» модели, разработанной в настоящем исследовании, по сравнению с моделью [8], наклон графиков составил 0,5 мм/мм против 2 мм/мм в цитируемом исследовании.

В тот же момент времени, когда определялись перемещения рельса, были найдены и эквивалент-

ные напряжения по Мизесу в точках *A*, *B*, *C*, *D*, *E* (рис. 9). Как и перемещения, напряжения в зависимости от глубины неравномерного проката для приведенной модели меняются менее значительно по сравнению с сопоставляемой работой (изменение в среднем составляет 8,5% при увеличении глубины дефекта от 0,05 до 0,2 мм), при этом характер остается линейным, а различие между точкой *A* и другими точками сечения заметно меньше в сравнении с [8].

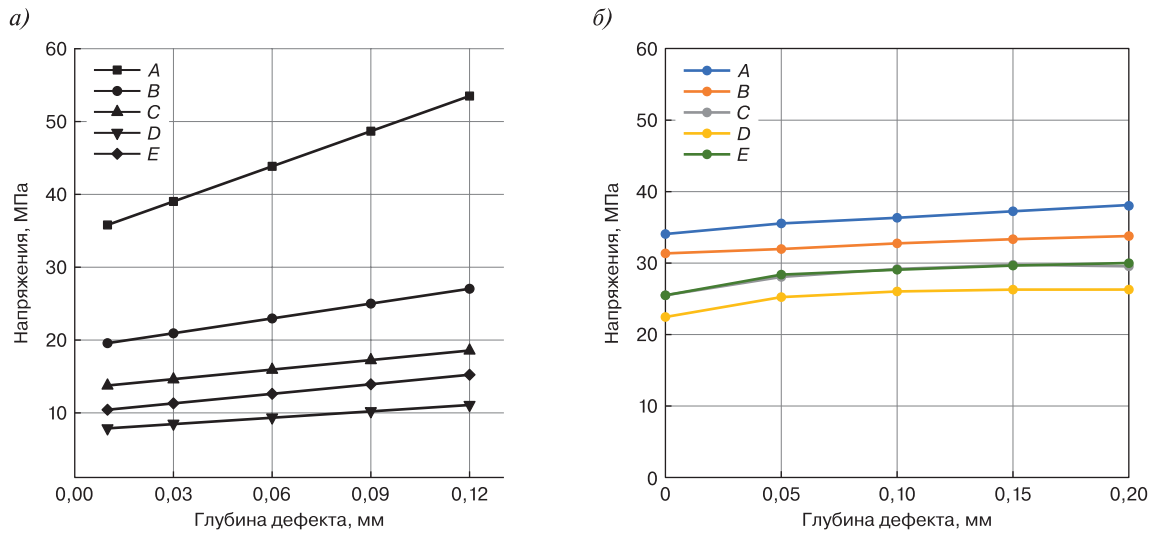


Рис. 9. Графики зависимости эквивалентных напряжений по Мизесу от глубины неравномерного проката в различных точках рельса профиля Р65 для скорости движения 300 км/ч\*:  
*a* — результат из [8]; *b* — результаты настоящего исследования  
 \* Источник: данные авторов; [8]

Fig. 9. Dependency diagram of von Mises equivalent stress from wheel rolling depth across R65 profile rail cross-section for 300 km/h movement speed\*:  
*a* — result from [8]; *b* — results of present study  
 \* Source: authors' data; [8]

Показано, что хотя и существуют численные различия между представленной в настоящем исследовании КЭ моделью и моделью из [8] ввиду неполного соответствия двух моделей (разный профиль рельса, эпюра шпал и величина необрессоренной массы), качественно зависимости описываются теми же законами: перемещения точек сечения рельса и эквивалентные напряжения в них изменяются линейно. Учитывая это,

авторами было проведено исследование зависимости величины колебаний контактной силы при качении колеса с неравномерным прокатом различной глубины по ровному рельсу при скорости движения 300 км/ч.

График вертикальной составляющей контактной силы при движении колеса с неравномерным прокатом, полученный по результатам расчета КЭ модели, представлен на рис. 10. Характер изменения этой

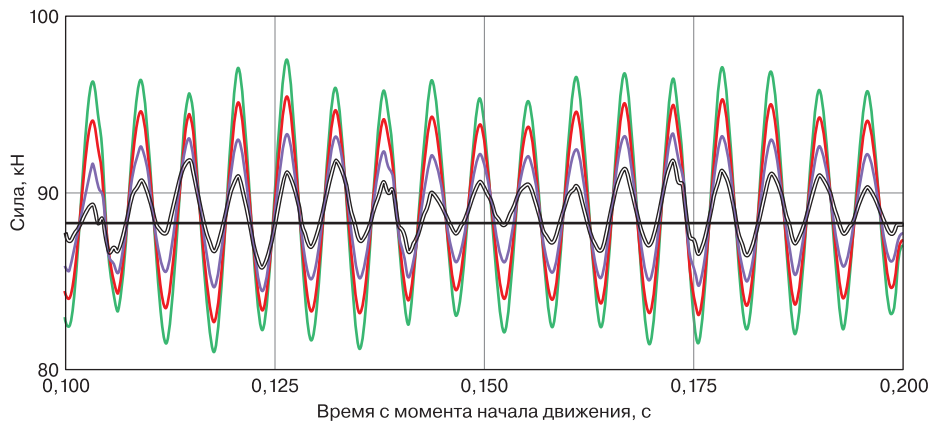


Рис. 10. Колебания вертикальной составляющей контактной силы между колесом и рельсом при движении колеса с неравномерным прокатом на скорости 300 км/ч по результатам расчета КЭ модели. Глубины проката\*:  
 — 0,2 мм; — 0,15 мм; — 0,1 мм; — 0,05 мм; — статическая нагрузка  
 \* Источник: данные авторов

Fig. 10. Wheel-rail vertical contact force oscillations under the impact of wheel with out-of-roundness moving at 300 km/h speed using results obtained with the presented finite-element model. Wheel rolling depth\*:  
 — 0.2 mm; — 0.15 mm; — 0.1 mm; — 0.05 mm; — static load  
 \* Source: authors' data

силы при наличии периодических непрерывных неровностей носит колебательный характер, при этом с увеличением глубины неровности размах колебаний увеличивается. При скорости движения 300 км/ч максимальное увеличение вертикальной контактной силы составило почти 11% (до 97,5 кН) относительно статической нагрузки на колесо (88 кН).

**Обсуждение и заключение.** В исследовании представлена и косвенно верифицирована КЭ модель качения колеса для изучения влияния непрерывных неровностей (полигональности) на поверхность катания колеса применительно к рельсу Р65. Качественно зависимости совпадают с аналогичными зарубежными исследованиями, однако количественно различаются по ряду описанных выше причин. Приведенная в настоящем исследовании модель обладает большей жесткостью, чем модель, описанная в [8], ввиду иного сечения рельса (Р65 против СНН60), различной эпюры шпал (1840 шт/км против 1540 шт/км). Помимо большей жесткости, вероятно, могут существовать и другие, скрытые причины более низкой чувствительности рельса к воздействию полигональности для описанной в настоящем исследовании модели, однако проверка этого предположения требует дополнительного исследования. В дальнейшем приведенная модель может быть интегрирована в более общую модель, например, для БВСП, что позволит изучить влияние неравномерного проката на путь проектируемой магистрали ВСЖМ-1 Москва – Санкт-Петербург. Такая интеграция обеспечит проведение валидации представленной в настоящем исследовании модели взаимодействия колеса и рельса по натурным испытаниям на опытно-полигоне. Еще одним потенциальным направлением работы может быть определение степени влияния неравномерного проката при высокоскоростном движении на поведение элементов верхнего строения пути, в частности, узла промежуточного рельсового крепления. Помимо этого, интерес представляет установление взаимосвязи между волнообразным износом рельсов и неравномерным прокатом волнообразной формы на колесе с упором на высокоскоростное движение.

**Благодарности:** авторы выражают благодарность рецензентам за полезные замечания, способствовавшие улучшению статьи.

**Acknowledgments:** the authors express gratitude to the reviewers for useful comments that contributed to the improvement of the article.

**Финансирование:** авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

**Funding:** the authors received no financial support for the research, authorship, and publication of this article.

**Конфликт интересов:** авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов и не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах.

**Conflict of interest:** the authors declare no conflict of interest and no financial interests in any material discussed in this article.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Kaper H. P. Wheel corrugation on Netherlands railways (NS): origin and effects of “polygonization” in particular. *Journal of Sound and Vibration*. 1988;120(2):267–274. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(88\)90434-8](https://doi.org/10.1016/0022-460X(88)90434-8).
2. Brommundt E. A simple mechanism for the polygonalization of railway wheels by wear. *Mechanics Research Communications*. 1997;24(4):435–442. [https://doi.org/10.1016/S0093-6413\(97\)00047-5](https://doi.org/10.1016/S0093-6413(97)00047-5).
3. Wu X., Chi M., Wu P. Influence of polygonal wear of railway wheels on the wheel set axle stress. *Vehicle System Dynamics*. 2015;53(11):1535–1554. <https://doi.org/10.1080/00423114.2015.1063674>.
4. Fröhling R., Spangenberg U., Reitmann E. Root cause analysis of locomotive wheel tread polygonization. *Wear*. 2019;432–433:102911. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2019.05.026>.
5. He C., Yang Z., Zhang P., Li S., Naeimi M., Dollevoet R., Li Z. A finite element thermomechanical analysis of the development of wheel polygonal wear. *Tribology International*. 2024;195:109577. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2024.109577>.
6. Nielsen J. C. O., Johansson A. Out-of-round railway wheels — a literature survey. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*. 2000;214(2):79–91. <https://doi.org/10.1243/0954409001531351>.
7. Tao G., Wen Z., Jin X., Yang X. Polygonisation of railway wheels: a critical review. *Railway Engineering Science*. 2020;28:317–345. <https://doi.org/10.1007/s40534-020-00222-x>.
8. Chen M., Sun Y., Guo Y., Zhai W. Study on effect of wheel polygonal wear on high-speed vehicle-track-subgrade vertical interactions. *Wear*. 2019;432–433:102914. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2019.05.029>.
9. Song Y., Du Y., Zhang X., Sun B. Evaluating the effect of wheel polygons on dynamic track performance in high-speed railway systems using co-simulation analysis. *Applied Sciences*. 2019;9(19):4165. <https://doi.org/10.3390/app9194165>.
10. Вериго М. Ф., Коган А. Я. Взаимодействие пути и подвижного состава. М.: Транспорт, 1986. 559 с.  
Verigo M. F., Kogan A. Ya. *Vehicle-track interaction*. Moscow: Transport; 1986. 559 p. (In Russ.).
11. Коган А. Я. Расчеты железнодорожного пути на вертикальную динамическую нагрузку. Труды ВНИИЖТ. Вып. 502. М.: Транспорт, 1973. 80 с.  
Kogan A. Ya. *Railway track vertical dynamic loads calculations*. Proceedings of VNIIZHT. Moscow: Transport; 1973. 80 p. (In Russ.).
12. Профессор Всеволод Федорович Яковлев. Путь ученого. Избранные труды / науч. ред. В. А. Сидяков. М.: Трасса, 2005. 352 с.  
*Professor Vsevolod F. Yakovlev. The life path of the scientist. Selected Works* / ed. by V. A. Sidiyakov. Moscow: Trassa; 2005. 352 p. (In Russ.).

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

### Матвей Андреевич МОРКОВНИКОВ,

аспирант кафедры «Путь и путевое хозяйство»,  
Российский университет транспорта  
(РУТ (МИИТ)), 127994, г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9),  
<https://orcid.org/0009-0006-9906-4355>

### Евгений Самуилович АШПИЗ,

д-р техн. наук, доцент, заведующий кафедрой «Путь  
и путевое хозяйство», Российский университет транспорта  
(РУТ (МИИТ)), 127994, г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9),  
SPIN-код: 5412-7662, <https://orcid.org/0000-0003-1334-2117>

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

### **Matvei A. MORKOVNIKOV,**

Postgraduate, Track and Track facilities Department,  
Russian University of Transport  
(127994, Moscow, 9, bldg. 9, Obraztsova St.),  
<https://orcid.org/0009-0006-9906-4355>

### **Evgeny S. ASHPIZ,**

Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of Track and Track  
facilities Department, Russian University of Transport  
(127994, Moscow, 9, bldg. 9, Obraztsova St.),  
SPIN-code: 5412-7662, <https://orcid.org/0000-0003-1334-2117>

## ВКЛАД АВТОРОВ

**Матвей Андреевич МОРКОВНИКОВ.** Поиск и анализ научной литературы, построение модели, проведение и анализ расчетов, написание текста статьи (70 %).

**Евгений Самуилович АШПИЗ.** Постановка целей и задач исследования, редактирование и подготовка текста статьи (30 %).

## CONTRIBUTION OF THE AUTHORS

**Matvei A. MORKOVNIKOV.** Scientific literature search and analysis, model design, calculations performance and analysis, article writing (70 %).

**Evgeny S. ASHPIZ.** Goals and objectives setting, article editing and preparation (30 %).

*Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

*The authors have read and approved the final manuscript.*

Статья поступила в редакцию 27.10.2025, рецензия от первого рецензента получена 19.11.2025, рецензия от второго рецензента получена 12.12.2025, рецензия от третьего рецензента получена 12.12.2025, рецензия от четвертого рецензента получена 15.12.2025, принята к публикации 16.01.2026.

The article was submitted 27.10.2025, first review received 19.11.2025, second review received 12.12.2025, third review received 12.12.2025, fourth review received 15.12.2025, accepted for publication 16.01.2026.